

多段配筋矩形 RC 断面に対する許容応力度照査時の M-N 関係図の作成（その 2）

—許容曲げモーメントの直接計算—

日中構造研究所 松原勝己

1. はじめに

先に、「多段配筋矩形 RC 断面に対する許容応力度照査時の M-N 関係図の作成」を掲載しました。そこでは、「エクセル表計算による多段配筋矩形断面の曲げ応力算出」のエクセルをソルバーとして利用し、指定した作用軸力に対して許容応力度に達するときの作用曲げモーメントを繰り返し計算により定めることで許容曲げモーメントを算出しています。

本報では、許容応力度到達時の断面仮定から許容曲げモーメントの解析式を誘導し、許容曲げモーメントを直接計算によって求めるものです。この方法によれば、許容曲げモーメント算出のための中立軸算定式が 2 次方程式となり、先の方法よりも容易に許容時 M-N 関係を算出できると考えられます。

本報での解析式の導出は、柳町涼太・野村圭介(2021)「多段配筋 RC 部材の拡張許容曲げモーメント算定式の提案、コンクリート工学年次論文集, Vol.43, No.2」を参照しています。ただし、使用した記号については土木分野で慣用的に使用されるものに変更しています。

掲載したエクセルファイルは自由に使って頂いて結構ですが、結果の妥当性判断は使用者に委ねることとします。また、ソースコードについても公開しています。

2. 許容曲げモーメントの解析式

許容曲げモーメントを求めるにあたり、許容時として 4 種の断面仮定、すなわち①中立軸位置が断面外にあり全断面圧縮で圧縮縁コンクリートが許容応力度に達する場合、②中立軸が断面内にあり圧縮縁コンクリートが許容応力度に達する場合、③中立軸が断面内にあり最外引張鉄筋が許容応力度に達する場合、および④中立軸位置が断面外にあり全断面引張で最外引張鉄筋が許容応力度に達する場合 を考慮した。

以下に、上記 4 種の断面仮定に対する中立軸位置および許容曲げモーメントの算出を行う。

許容曲げモーメントの算出手順は、以下の通りである。

- (1) 部材断面が許容応力度に達するときの断面仮定を設定する。例えば、上記①の断面仮定ではコンクリート圧縮縁においてコンクリート許容応力度 σ_{ca} となることを指定する。
- (2) (1)の断面仮定に基づき、断面内のコンクリート応力分布を設定する。また、断面内の鉄筋応力を、コンクリート応力にヤング係数比を乗じて定める。このとき、ヤング係数比として引張鉄筋については n ($n=15$)、圧縮鉄筋については $n-1$ を考慮する。圧縮鉄筋に対し $n-1$ とするのは鉄筋断面積分をコンクリート断面積から低減させるためである。
- (3) 作用軸力と断面内直応力分布との釣り合い、すなわち作用軸力と断面内直応力の合計を等値することにより中立軸位置に関する算定式を導入し、中立軸位置を求める。この中立軸算定式は、1 次方程式あるいは 2 次方程式となる。

(4) 中立軸位置周りのモーメントの釣り合い、すなわち作用軸力と許容曲げモーメントによるモーメントと断面内直応力によるモーメントを等値することにより、許容曲げモーメントの解析式を導入する。ここで、作用軸力は断面中心（圧縮縁から $h/2$ の距離、 h ：断面高さ）に作用すると仮定した。

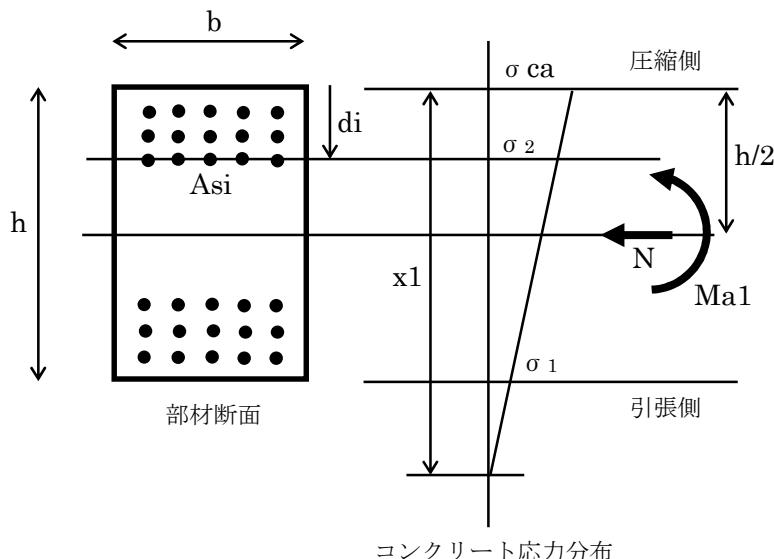
2.1 全断面圧縮時

断面仮定を、図 2.1-1 に示す。

全断面圧縮のケースは、図 2.1-1 に示すように、中立軸位置 x_1 が下方の断面外 ($x_1 > h$) となる。図 2.1-1 を参照し、引張縁でのコンクリート応力 σ_1 および第 i 段鉄筋位置のコンクリート応力 σ_2 は、次式で表すことができる。

$$\sigma_1 = \frac{x_1 - h}{x_1} \sigma_{ca} \quad (1)$$

$$\sigma_2 = \frac{x_1 - d_i}{x_1} \sigma_{ca} \quad (2)$$



【記号】

b：断面幅

h : 断面高さ

d_i : 第 i 段の鉄筋被り (圧縮縁からの距離)

Asi・第i段の鉄筋量

σ_{ca} : コンクリート許容応力度（圧縮縁で許容応力度に達するときを仮定）

σ1：引張縁でのコンクリート圧縮応力（圧縮正）

σ₃：鉛筆第3段位置のコンクリート圧縮応力

■1：由立軸位置（圧縮縁からの距離、下支側を正）

N: 軸力 (压缩)

M-1：許容曲げモーメント（下面側引張を主）

圖 3.1.1 斷面佈局 (全斷面壓縮味)

軸力と断面内直応力との釣り合いにより、次式が成立する。

$$\frac{b}{2}(\sigma_{ca} + \sigma_1)h + \sum_i (n-1)\sigma_2 A_{si} = N \quad (3)$$

ここに、 Σ 記号は、全ての鉄筋段数に関する総和を表す。

式(3)に、式(1)および(2)を代入すると、次式を得る。

$$\frac{b}{2} \left(\sigma_{ca} + \frac{x_1 - h}{x_1} \sigma_{ca} \right) h + \sum_i (n-1) \frac{x_1 - d_i}{x_1} A_{si} = N \quad (4)$$

式(4)は、中立軸位置 x_1 に関する 1 次方程式であり、 x_1 を求めると次式の通りである。

$$x_1 = \frac{\frac{bh^2}{2} - (n-1) \sum_i d_i A_{si}}{\frac{N}{\sigma_{ca}} - bh - (n-1) \sum_i A_{si}} \quad (5)$$

次に、許容曲げモーメント M_{a1} を求める。

中立軸位置周りのモーメントの釣り合いにより、次式が成立する。

$$M_{a1} + N(x_1 - h/2) = \frac{b}{2} \sigma_{ca} x_1 \frac{2}{3} x_1 - \frac{b}{2} \sigma_1 (x_1 - h) \frac{2}{3} (x_1 - h) + \sum_i (n-1) \sigma_2 A_{si} (x_1 - d_i) \quad (6)$$

式(6)に、式(1)および(2)を代入し、 M_{a1} について解けば、次式を得る。

$$M_{a1} = N \left(\frac{h}{2} - x_1 \right) + \sigma_{ca} \left\{ \frac{1}{3} b x_1^2 - \frac{1}{3} b \frac{(x_1 - h)^3}{x_1} + (n-1) \sum_i \frac{(x_1 - d_i)^2}{x_1} A_{si} \right\} \quad (7)$$

式(5)により中立軸位置 x_1 を求め、式(7)に代入することで、許容曲げモーメント M_{a1} を求めることができる。

2.2 中立軸位置断面内で圧縮縁が許容応力度に達する場合

断面仮定を図 2.1-1 に示す。

このケースは、中立軸位置が断面内にあり圧縮縁においてコンクリート許容応力度に達する場合であり、中立軸位置 x_2 が $xb < x_2 \leq h$ となる。ここに、 xb は圧縮縁コンクリートと最外引張鉄筋が同時に許容応力度に達するとき（釣合時）の中立軸位置である。

ここに、釣合時の中立軸位置 xb は、コンクリート応力が圧縮縁で σ_{ca} 、最外引張鉄筋で σ_{sa}/n となる条件から、次式で表すことができる。

$$x_b = \frac{dt}{\frac{\sigma_{sa}}{n\sigma_{ca}} + 1} \quad (8)$$

ここに、 xb : 釣合時（圧縮縁と最外引張鉄筋が同時に許容応力に達する時）の中立軸位置

dt : 圧縮縁から最外引張鉄筋位置までの距離

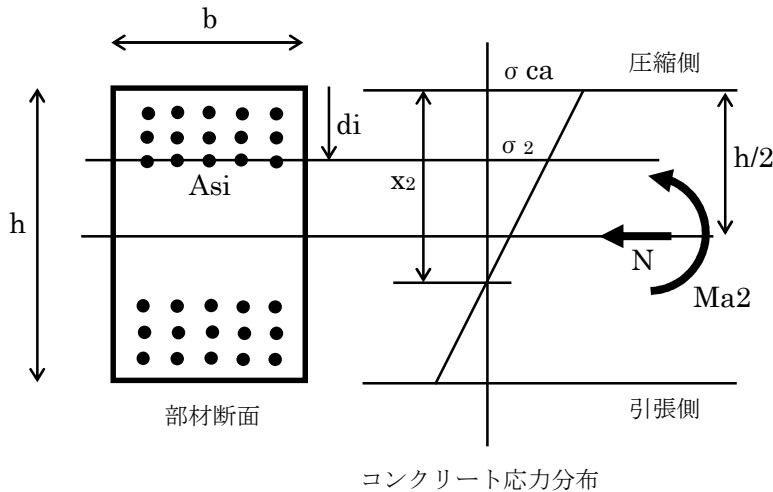
σ_{sa} : 鉄筋の許容応力度

σ_{ca} : コンクリートの許容応力度

n : ヤング係数比 (=15)

図 2.2-1 を参照し、第 i 段鉄筋位置のコンクリート応力 σ_2 は、次式で表すことができる。

$$\sigma_2 = \frac{x_2 - d_i}{x_2} \sigma_{ca} \quad (9)$$



【記号】

b : 断面幅

h : 断面高さ

di : 第 i 段の鉄筋被り (圧縮縁からの距離)

As_i : 第 i 段の鉄筋量

σ_{ca} : コンクリート許容応力度 (圧縮縁で許容応力度に達するときを仮定)

σ₂ : 鉄筋第 i 段位置のコンクリート圧縮応力

x₂ : 中立軸位置 (圧縮縁からの距離、下方側を正)

N : 軸力 (圧縮正)

Ma₂ : 許容曲げモーメント (下面側引張を正)

図 2.2-1 断面仮定 (中立軸断面内で圧縮縁が許容応力度に達するとき)

軸力と断面内直応力との釣り合いにより、次式が成立する。

$$\frac{b}{2}\sigma_{ca}x_2 + \sum_i k_i \sigma_2 A_{si} = N \quad (10)$$

ここに、ki : di > x₂ のとき n、di ≤ x₂ のとき n-1

また、Σ記号は、全ての鉄筋段数に関する総和を表す。

式(10)に式(9)を代入し、x₂ に関して整理すれば、次式を得る。

$$x_2^2 + \frac{2}{b} \left(\sum_i k_i A_{si} - \frac{N}{\sigma_{ca}} \right) x_2 - \frac{2}{b} \sum_i k_i d_i A_{si} = 0 \quad (11)$$

式(11)は、中立軸位置 x₂ に関する 2 次方程式であり、x₂ を求めると次式となる。

$$x_2 = \frac{1}{b} \left\{ - \left(\sum_i k_i A_{si} - \frac{N}{\sigma_{ca}} \right) + \sqrt{\left(\sum_i k_i A_{si} - \frac{N}{\sigma_{ca}} \right)^2 + 2b \sum_i k_i d_i A_{si}} \right\} \quad (12)$$

次に、許容曲げモーメント Ma₂ を求める。

中立軸位置周りのモーメントの釣り合いにより、次式が成立する。

$$M_{a2} + N(x_2 - h/2) = \frac{b}{2} \sigma_{ca} x_2 \frac{2}{3} x_2 + \sum_i k_i \sigma_2 A_{si} (x_2 - d_i) \quad (13)$$

式(13)に式(9)を代入し、Ma₂ について解けば、次式を得る。

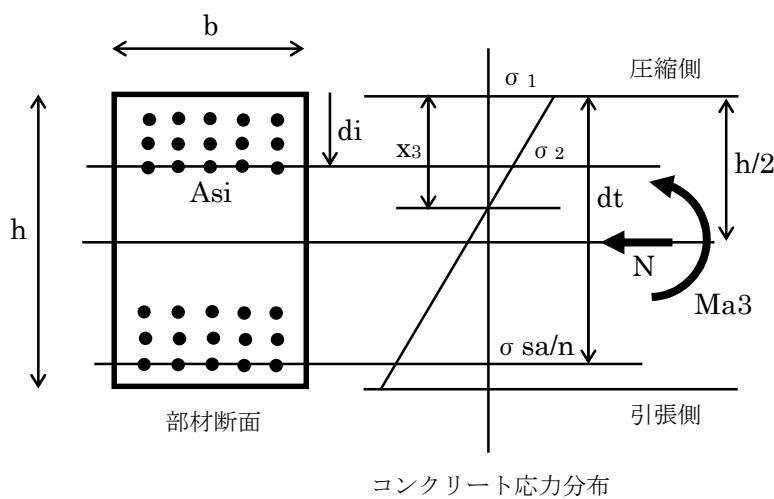
$$M_{a2} = N\left(\frac{h}{2} - x_2\right) + \sigma_{ca} \left\{ \frac{b}{3} x_2^2 + \sum_i k_i \frac{(x_2 - d_i)^2}{x_2} A_{si} \right\} \quad (14)$$

式(12)により中立軸位置 x_2 を求め、式(14)に代入することで、許容曲げモーメント Ma_2 を求めることができる。

2.3 中立軸位置断面内で最外引張鉄筋が許容応力度に達する場合

断面仮定を図 2.3-1 に示す。

このケースは、中立軸位置が断面内にあり最外引張鉄筋が許容応力度に達する場合であり、中立軸位置 x_3 が $0 \leq x_3 \leq x_b$ となる。ここに、 x_b は圧縮縁コンクリートと最外引張鉄筋が同時に許容応力度に達するとき（釣合時）の中立軸位置であり、式(8)で表される。



【記号】

b：断面幅

h : 断面高さ

d_i : 第 i 段の鉄筋被り (圧縮縁からの距離)

Asi : 第 i 段の鉄筋量

σ_{sa} : 鉄筋許容応力度 (最外引張鉄筋が許容応力度に達するときを仮定)

n : ヤング係数比 (=15)

σ1：圧縮縁でのコンクリート圧縮応力（圧縮正）

σ₂：鉄筋第*i*段位置のコンクリート圧縮応力

dt : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離

x3 : 中立軸位置 (圧縮縁からの距離 下方側を正)

N・軸力 (圧縮正)

Ma3：許容曲げモーメント（下面側引張を正）

図 2.3-1 断面仮定（由立軸断面内で最外引張鉄筋が許容応力度に達するとき）

図 2.3-1 を参照し、圧縮縁でのコンクリート応力 σ_1 および第 i 段鉄筋位置のコンクリート応力 σ_2 は、次式で表すことができる。

$$\sigma_1 = \frac{x_3}{d_t - x_3} \frac{\sigma_{sa}}{n} \quad (15)$$

$$\sigma_2 = \frac{x_3 - d_i}{d_t - x_3} \frac{\sigma_{sa}}{n} \quad (16)$$

軸力と断面内直応力との釣り合いにより、次式が成立する。

$$\frac{b}{2} \sigma_1 x_3 + \sum_i k_i \sigma_2 A_{si} = N \quad (17)$$

ここに、 $k_i : d_i > x_3$ のとき n 、 $d_i \leq x_3$ のとき $n-1$

また、 Σ 記号は、全ての鉄筋段数に関する総和を表す。

式(17)に式(15)および(16)を代入し、 x_3 に関して整理すれば、次式を得る

$$x_3^2 + \frac{2}{b} \left(\sum_i k_i A_{si} + \frac{nN}{\sigma_{sa}} \right) x_3 - \frac{2}{b} \left(\sum_i k_i d_i A_{si} + \frac{d_t nN}{\sigma_{sa}} \right) = 0 \quad (18)$$

式(18)は、中立軸位置 x_3 に関する 2 次方程式であり、 x_3 を求めると次式となる。

$$x_3 = \frac{1}{b} \left\{ - \left(\sum_i k_i A_{si} + \frac{nN}{\sigma_{sa}} \right) + \sqrt{\left(\sum_i k_i A_{si} + \frac{nN}{\sigma_{sa}} \right)^2 + 2b \left(\sum_i k_i d_i A_{si} + \frac{d_t nN}{\sigma_{sa}} \right)} \right\} \quad (19)$$

次に、許容曲げモーメント Ma_3 を求める。

中立軸位置周りのモーメントの釣り合いにより、次式が成立する。

$$Ma_3 - N \left(\frac{h}{2} - x_3 \right) = \frac{b}{2} \sigma_1 x_3^2 + \sum_i k_i \sigma_2 A_{si} (x_3 - d_i) \quad (20)$$

式(20)に、式(15)および(16)を代入し、 Ma_3 について解けば、次式を得る。

$$Ma_3 = N \left(\frac{h}{2} - x_3 \right) + \frac{\sigma_{sa}}{n} \left\{ \frac{b}{3} \frac{x_3^3}{d_t - x_3} + \sum_i k_i \frac{(x_3 - d_i)^2}{d_t - x_3} A_{si} \right\} \quad (21)$$

式(19)により中立軸位置 x_3 を求め、式(21)に代入することで、許容曲げモーメント Ma_3 を求めることができる。

2.4 全断面引張時

断面仮定を、図 2.4-1 に示す。

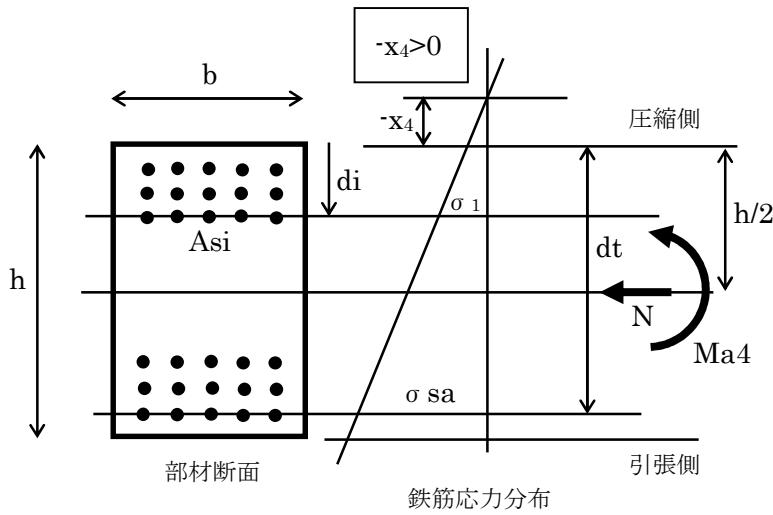
全断面引張のケースは、図 2.4-1 に示すように、中立軸位置 x_4 が上方の断面外 ($x_4 < 0$) となる。

ここで、中立軸位置 x_4 は下方への距離を正として、 $-x_4 > 0$ としている。

このケースでは、軸力および曲げモーメントによって発生する断面内引張応力を、全て鉄筋で受け持つものと仮定する。

第 i 段鉄筋位置の鉄筋応力 σ_1 (引張正) は、図 2.4-1 より次式で表される。

$$\sigma_1 = \frac{d_i - x_4}{d_t - x_4} \sigma_{sa} \quad (22)$$



【記号】

b : 断面幅

h : 断面高さ

di : 第 i 段の鉄筋被り (圧縮縁からの距離)

Asi : 第 i 段の鉄筋量

σsa : 鉄筋許容応力度 (最外引張鉄筋が許容応力度に達するときを仮定)

n : ヤング係数比 (=15)

σ1 : 鉄筋第 i 段位置の鉄筋応力 (引張正)

dt : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離

x4 : 中立軸位置 (圧縮縁からの距離、下方側を正、-x4 > 0 とした)

N : 軸力 (圧縮正)

Ma4 : 許容曲げモーメント (下面側引張を正)

図 2.4-1 断面仮定 (全断面引張時)

軸力と断面内直応力との釣り合いにより、次式が成立する。

$$-\sum_i \sigma_1 A_{si} = N \quad (23)$$

ここに、Σ記号は、全ての鉄筋段数に関する総和を表す。

式(23)に式(22)を代入すれば、次式を得る。

$$N(d_t - x_4) + \sum_i (d_i - x_4) \sigma_{sa} A_{si} = 0 \quad (24)$$

式(24)は、中立軸位置 x4 に関する 1 次方程式であり、x4 について解けば、次式となる。

$$x_4 = \frac{\frac{N}{\sigma_{sa}} d_t + \sum_i d_i A_{si}}{\frac{N}{\sigma_{sa}} + \sum_i A_{si}} \quad (25)$$

次に、許容曲げモーメント Ma4 を求める。

中立軸位置周りのモーメントの釣り合いにより、次式が成立する。

$$M_{a4} - N \left(\frac{h}{2} - x_4 \right) = \sum_i \sigma_1 A_{si} (d_i - x_4) \quad (26)$$

式(26)に式(22)を代入し、Ma4について解けば、次式を得る。

$$M_{a4} = N \left(\frac{h}{2} - x_4 \right) + \sigma_{sa} \sum_i \frac{(d_i - x_4)^2}{d_t - x_4} A_{si} \quad (27)$$

式(25)により中立軸位置 x_4 を求め、式(27)に代入することで、許容曲げモーメント $Ma4$ を求めることができる。

2.5 まとめ

上記の結果をまとめると、中立軸位置および許容曲げモーメントの解析式は、以下の通りである。

(1)全断面圧縮時 ($x_1 > h$ のとき)

$$x_1 = \frac{\frac{bh^2}{2} - (n-1) \sum_i d_i A_{si}}{\frac{N}{\sigma_{ca}} - bh - (n-1) \sum_i A_{si}} \quad (28)$$

$$M_{a1} = N \left(\frac{h}{2} - x_1 \right) + \sigma_{ca} \left\{ \frac{1}{3} b x_1^2 - \frac{1}{3} b \frac{(x_1 - h)^3}{x_1} + (n-1) \sum_i \frac{(x_1 - d_i)^2}{x_1} A_{si} \right\} \quad (29)$$

(2)中立軸断面内かつ圧縮縁許容時 ($x_b < x_2 \leq h$ のとき)

$$x_b = \frac{dt}{\frac{\sigma_{sa}}{n\sigma_{ca}} + 1} \quad (30)$$

$$x_2 = \frac{1}{b} \left\{ - \left(\sum_i k_i A_{si} - \frac{N}{\sigma_{ca}} \right) + \sqrt{\left(\sum_i k_i A_{si} - \frac{N}{\sigma_{ca}} \right)^2 + 2b \sum_i k_i d_i A_{si}} \right\} \quad (31)$$

$$M_{a2} = N \left(\frac{h}{2} - x_2 \right) + \sigma_{ca} \left\{ \frac{b}{3} x_2^2 + \sum_i k_i \frac{(x_2 - d_i)^2}{x_2} A_{si} \right\} \quad (32)$$

ここに、 $k_i : d_i > x_2$ のとき n 、 $d_i \leq x_2$ のとき $n-1$

(3)中立軸断面内かつ最外引張鉄筋許容時 ($0 \leq x_3 \leq x_b$ のとき)

$$x_3 = \frac{1}{b} \left\{ - \left(\sum_i k_i A_{si} + \frac{nN}{\sigma_{sa}} \right) + \sqrt{\left(\sum_i k_i A_{si} + \frac{nN}{\sigma_{sa}} \right)^2 + 2b \left(\sum_i k_i d_i A_{si} + \frac{d_t n N}{\sigma_{sa}} \right)} \right\} \quad (33)$$

$$M_{a3} = N \left(\frac{h}{2} - x_3 \right) + \frac{\sigma_{sa}}{n} \left\{ \frac{b}{3} \frac{x_3^3}{d_t - x_3} + \sum_i k_i \frac{(x_3 - d_i)^2}{d_t - x_3} A_{si} \right\} \quad (34)$$

ここに、 $k_i : d_i > x_3$ のとき n 、 $d_i \leq x_3$ のとき $n-1$

(4)全断面引張時 ($x_4 < 0$ のとき)

$$x_4 = \frac{\frac{N}{\sigma_{sa}} d_t + \sum_i d_i A_{si}}{\frac{N}{\sigma_{sa}} + \sum_i A_{si}} \quad (35)$$

$$M_{a4} = N \left(\frac{h}{2} - x_4 \right) + \sigma_{sa} \sum_i \frac{(d_i - x_4)^2}{d_t - x_4} A_{si} \quad (36)$$

ここに、上記解析式の記号の意味は以下の通りである。

b : 断面幅

h : 断面高さ

di : 第 i 段の鉄筋被り (圧縮縁からの距離)

Asi : 第 i 段の鉄筋量

σ_{ca} : コンクリート許容応力度

σ_{sa} : 鉄筋許容応力度

n : ヤング係数比 (=15)

dt : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離

x1～x4 : 中立軸位置 (圧縮縁からの距離、下方側を正)

xb : 圧縮縁と最外引張鉄筋が同時に許容応力度に達する時 (釣合時) の中立軸位置

N : 軸力 (圧縮正)

Ma1～Ma4 : 許容曲げモーメント (下面側引張を正)

3. エクセルマクロの入出力データ

3.1 入力データ

ワークシート「入力データ」に、以下の断面諸元等のデータを作成する。

(1)ケース

複数の断面諸元に対して許容時 M-N 関係を求めることが可能であり、ケース番号を 1 から順に入力する。本データが空欄になった時点で計算を終了させる。

(2)部材高 h(cm)

矩形断面の部材高を cm 単位で入力する。

(3)部材幅 b(cm)

矩形断面の部材幅を cm 単位で入力する。

(4)コン許容 σ_{ca} (N/mm²)

コンクリート許容応力度を N/mm² 単位で入力する。

(5)鉄筋許容 σ_{sa} (N/mm²)

鉄筋許容応力度を N/mm² 単位で入力する。

(6)軸力の数 nnd

M-N 関係を作成する際の軸力の数を指定する。最大軸力 N_{max} と最小軸力 N_{min} の間を $nnd-1$ 等分して軸力値を定める。ここに、最大軸力は全断面圧縮状態でコンクリート圧縮応力が許容応力度に達するとき、最小軸力は全断面引張状態で鉄筋応力が許容応力度に達するときとしている。 N_{max} および N_{min} は、以下の式で算出した。

$$N_{max} = bh\sigma_{ca} + \sum_i (n - 1)\sigma_{ca}A_{si}$$

$$N_{min} = - \sum_i \sigma_{sa}A_{si}$$

(7)鉄筋被り cv(i)(cm²)、鉄筋量 ast(i)(cm²)

第 i 段目の鉄筋被りと鉄筋量を cm および cm² 単位で入力する。1 段目を最外圧縮鉄筋とし、鉄筋被りと鉄筋量を段数分入力する。鉄筋被りは、圧縮縁からの距離とする。

鉄筋被りのデータが空欄になったところで鉄筋諸元の入力を終了させる。

表 3.1-1 に、入力データ例を示す。

表 3.1-1 シート「入力データ」の例

ケース	部材高h (cm)	部材幅b (cm)	コン許容 σ_{ca} (N/mm ²)	鉄筋許容 σ_{sa} (N/mm ²)	軸力の数 nnd	第1段		第2段		第3段		第4段		第5段		第6段		第7段	
						被り cv(cm)	鉄筋量 As(cm ²)												
1	160	150	8	160	101	10	35.332	24	35.332	52	12.848	80	12.848	108	12.848	136	35.332	150	35.332
2	160	150	8	160	101	10	70.664	24	70.664	52	12.848	80	12.848	108	12.848	136	70.664	150	70.664
3	160	150	8	160	101	10	141.328	24	141.328	52	12.848	80	12.848	108	12.848	136	141.328	150	141.328
4	160	150	8	160	101	10	35.332	24	35.332	136	35.332	150	35.332						
5	160	150	8	160	101	10	70.664	24	70.664	136	70.664	150	70.664						
6	160	150	8	160	101	10	141.328	24	141.328	136	141.328	150	141.328						

3.2 出力データ

M-N 関係が、ワークシート「MN 関係 1」と「MN 関係 2」に出力される。

「MN 関係 1」は圧縮鉄筋応力算出時のヤング係数比 n (=15) とした場合、「MN 関係 2」は圧縮鉄筋応力算出時のヤング係数比 $n-1$ とした場合を出力している。

出力項目は、以下の通りである。

(1)ケース番号

(2)Nmin(kN) : 最小軸力

(3)Nmax(kN) : 最大軸力

(4)xb(cm) : 釣合時の中立軸位置

(5)番号

(6)N(kN) : 軸力

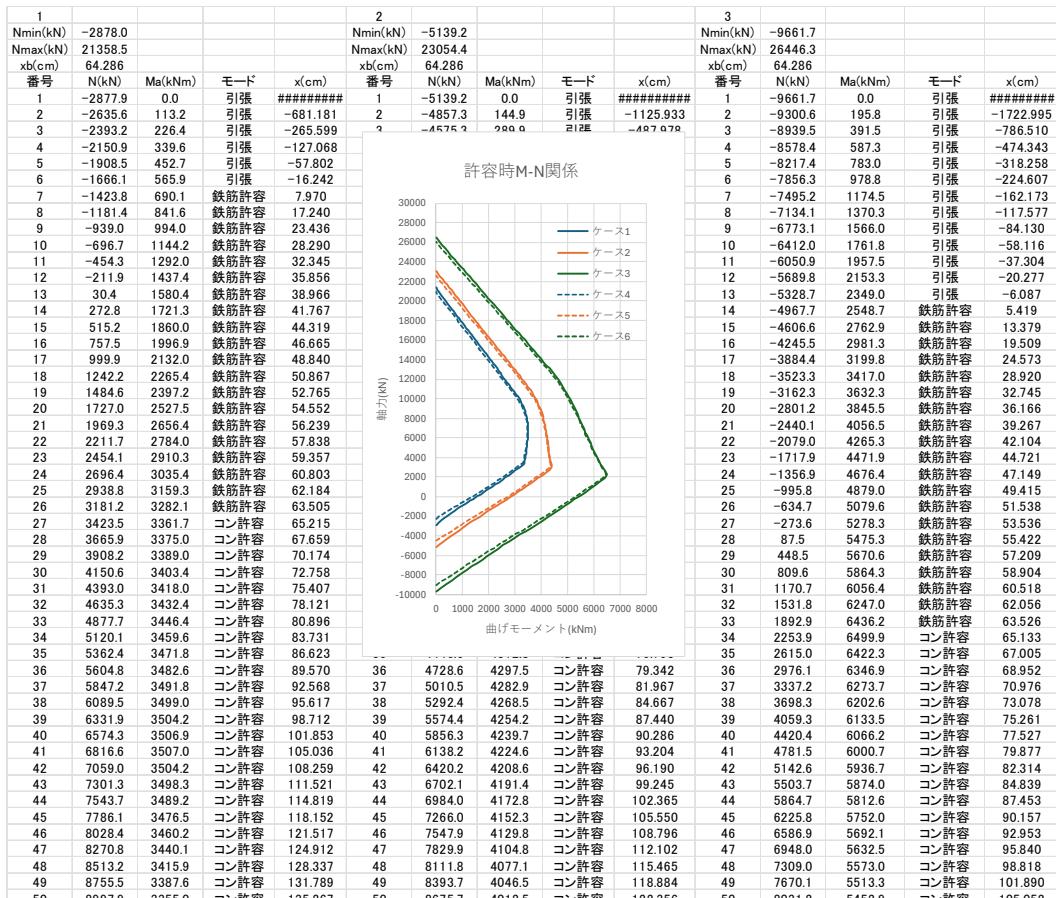
(7)Ma(kNm) : 許容曲げモーメント

(8)モード : 「引張」、「鉄筋許容」、「コン許容」および「圧縮」のいずれかを出力

(9)x(cm) : 中立軸位置

表 3.2-1 に、出力例を示す。

表 3.2-1 ワークシート「MN 関係 1」の出力例



4. 圧縮鉄筋応力算出時にヤング係数比 $n-1$ を考慮した場合の許容曲げモーメントの計算について

本マクロでは、圧縮鉄筋応力算出時にヤング係数比を n とする場合と $n-1$ とする場合の両者を考慮した。これらは、日本建築学会「鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説 2018 改定」において、「ヤング係数比 n は、圧縮鉄筋においてはコンクリート断面との重複を避けて($n-1$)とするのが正しい。しかし、コンクリート強度があまり高くなくヤング係数比が比較的大きい場合には、実用上 n としてもよい。」と記載されていることを反映したものである。

2.の記述でいうと、パラメータ ki を定義し、中立軸位置よりも上部（圧縮鉄筋）にあるか下部（引張鉄筋）にあるかにより、前者で $ki=n-1$ 、後者で $ki=n$ としたことに対応している。

この ki を圧縮鉄筋と引張鉄筋で区別するケースでは、中立軸位置が中立軸算定式を解いた結果で判明するために、 ki の値を中立軸算定前に定めておくことができない。本マクロでは、以下に示す繰り返し計算により中立軸位置を求めた。

- (1) 全鉄筋段数を $ndan$ としたとき、中立軸位置を第 $i-1$ 段目鉄筋と第 i 段目鉄筋に間にあると仮定する。このとき、0 段と 1 段の間とは最外圧縮鉄筋よりも上部にあることを意味し、 $ndan$ と $ndan+1$ の間とは最外引張鉄筋よりも下部にあることを意味する。
- (2) (1)の仮定にしたがい、1~ $ndan$ までの鉄筋の ki を定める。
- (3) 0~1 段、1~2 段、・・・、 $ndan$ ~ $ndan+1$ 段に中立軸があると仮定したときの中立軸位置を全て求める。
- (4) (3)で求めた中立軸位置と仮定した ki が整合するとき、その中立軸位置を正解として採用する。
なお、本マクロでは、その中立軸位置の段数を kp (1~ $ndan+1$ のいずれかの値) で表している。
- (5) 上記計算は、2.で述べた 4 種類のモードのうち、「(2) 中立軸断面内かつ圧縮縁許容時」と「(3) 中立軸断面内かつ最外引張鉄筋許容時」のいずれかに対応するが、それぞれ中立軸位置が $xb < x2 \leq h$ あるいは $0 \leq x3 \leq xb$ の条件を満たす必要がある。

5. 計算例

5.1 計算条件

表 5.1-1 に計算に使用した諸元値を示す。また、計算ケースは、表 5.1-2 に示す 6 ケースとした。

図 5.1-1 に、鉄筋配置を示す。6 ケースともに鉄筋位置は同じであり、主鉄筋の断面積と側方鉄筋の考慮が異なっている。

なお、2.の解析式の提示では、圧縮鉄筋応力の換算にヤング係数比 $n \cdot 1$ を考慮したが、以下の計算例では鉄筋応力の換算に一律のヤング係数比 n を適用する場合と、圧縮鉄筋応力換算に $n \cdot 1$ を用いる場合の両者に対して検討を実施した。

表 5.1-1 諸元値

項目	諸元値
断面高さ $h(cm)$	160
断面幅 $b(cm)$	150
コンクリート許容応力度 $\sigma_{ca}(N/mm^2)$	8
鉄筋許容応力度 $\sigma_{sa}(N/mm^2)$	160

表 5.1-2 計算ケース

ケース	計算条件
1	ケース 2 と同じ鉄筋配置で、主鉄筋量を $1/2$ (片側主鉄筋比 0.29%)
2	上下面主筋 11 本・2 段、側方鉄筋・2 列・3 段、鉄筋径 D29 (片側主鉄筋比 0.59%)
3	ケース 2 と同じ鉄筋配置で、主鉄筋量を 2 倍 (片側主鉄筋比 1.18%)
1'	ケース 1 の鉄筋配置において、側方鉄筋を無視
2'	ケース 2 の鉄筋配置において、側方鉄筋を無視
3'	ケース 3 の鉄筋配置において、側方鉄筋を無視

(*1)主鉄筋比は全断面積($=bh$)に対する比である

(*2)ケース 1～3 は鉄筋配置が同じ。ケース 1'～3'は鉄筋配置が同じ。

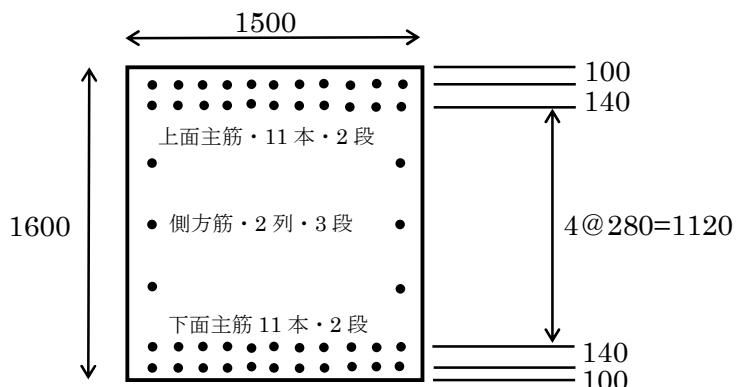


図 5.1-1 鉄筋の配置

5.2 計算結果

図 5.2-1 に、本マクロによって算出した許容時 M-N 関係を示す。

同図によれば、側方鉄筋を有する場合および無視する場合のいずれも、主鉄筋比が大きい方が許容曲げモーメントが大きくなる傾向が見られる。

また、側方鉄筋の有り無しの違いについては、側方鉄筋が無い場合が有る場合に比べて若干許容曲げモーメントが小さくなる様子が見られる。

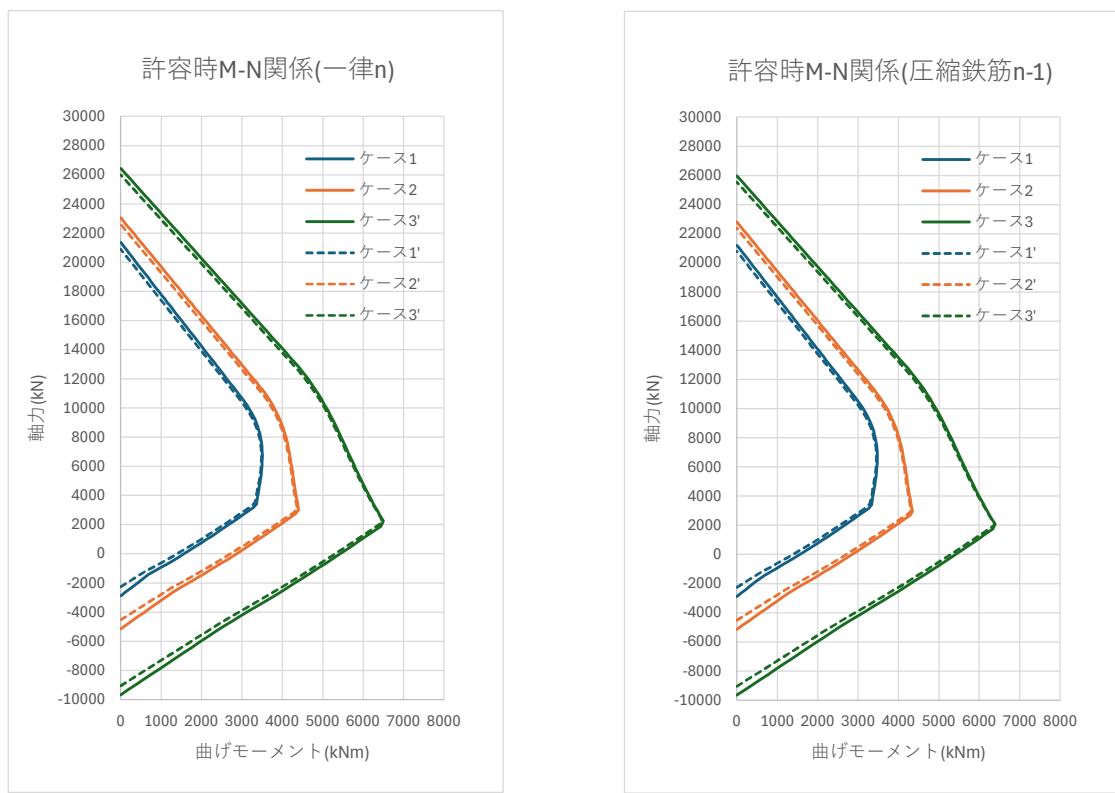


図 5.2-1 許容時 M-N 関係

図 5.2-2 に、側方筋有りのケースにおいて、一律 n と圧縮鉄筋 $n \cdot 1$ の比較を示す。

図 5.2-3 に、側方筋無しのケースにおいて、一律 n と圧縮鉄筋 $n \cdot 1$ の比較を示す。

同図によれば、一律 n と圧縮鉄筋 $n \cdot 1$ のケースにおいて、釣合軸力（圧縮縁と最外引張鉄筋が同時に許容に達する軸力）以下では許容曲げモーメントの値はほとんど変わらないが、釣合軸力以上では圧縮鉄筋 $n \cdot 1$ のケースで許容曲げモーメントが少し小さくなる傾向がある。

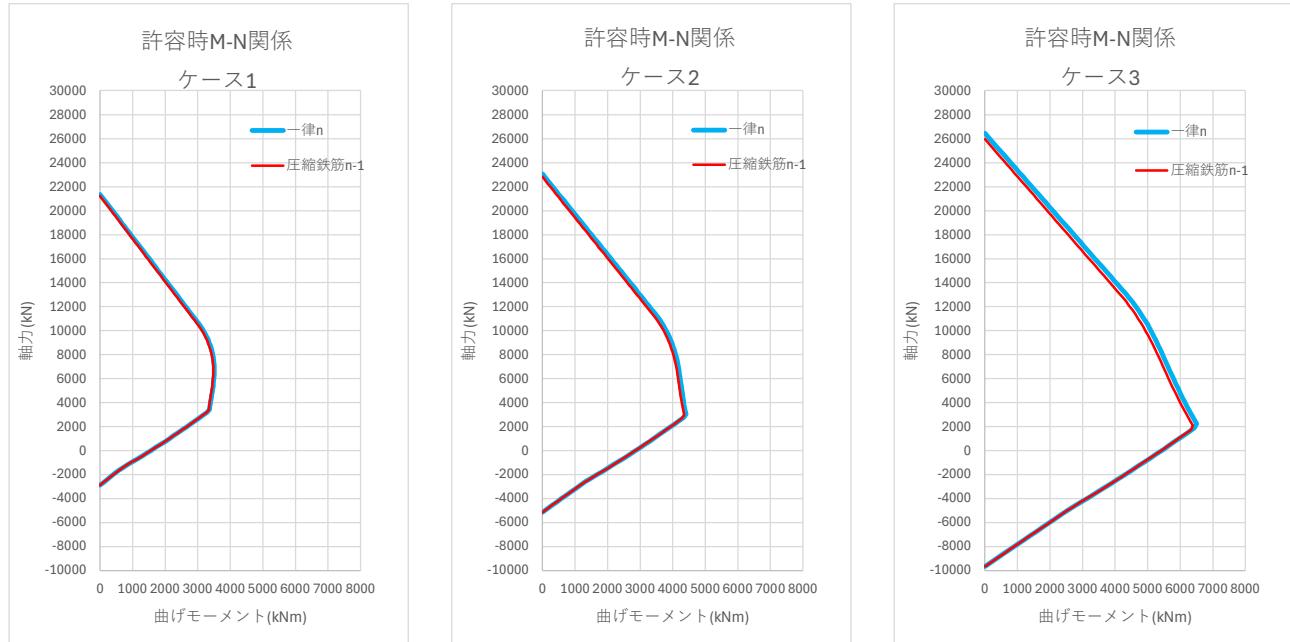


図 5.2-2 一律 n と圧縮鉄筋 $n \cdot 1$ の比較（ケース 1～3、側方筋有り）

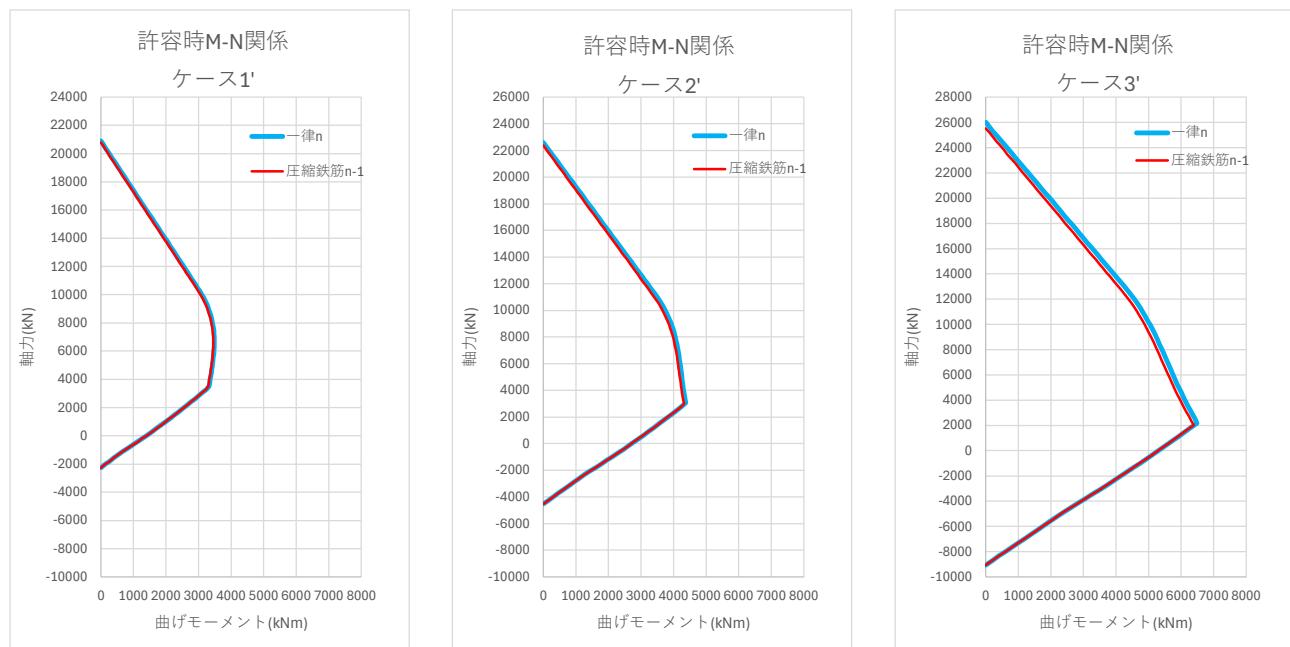


図 5.2-3 一律 n と圧縮鉄筋 $n \cdot 1$ の比較（ケース 1'～3'、側方筋無し）

図 5.2-4 に、一律 n のケースでの本マクロと既往マクロの結果比較を示す。

既往マクロでは、軸力の上下限値に制限を設けた計算結果である。

同図によれば、本マクロと既往マクロの結果は、ほぼ一致していることがわかる。

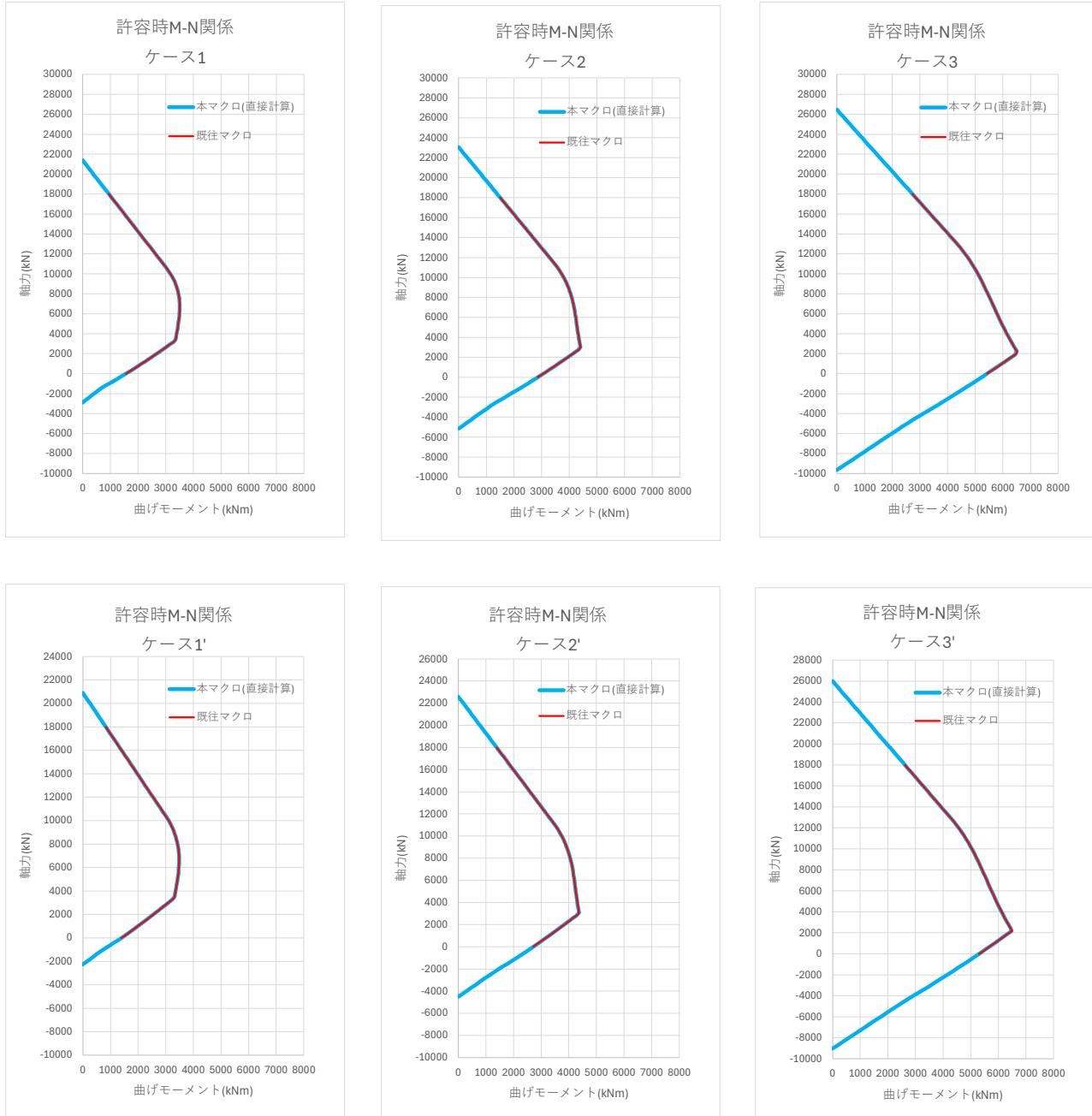


図 5.2-4 既往マクロとの比較 (一律 n)

【参考文献】

柳町涼太・野村圭介 (2021) : 多段配筋 RC 部材の拡張許容曲げモーメント算定式の提案、コンクリート工学年次論文集、Vol.43、No.2

日本建築学会 (2018) : 鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説、2018 年改定