

多段配筋矩形断面に対する $M\phi$ 限界値算出のエクセルマクロ

日中構造研究所 松原勝己

1. はじめに

通例、構造物を梁要素でモデル化して L2 地震動に対する耐震照査を実施する場合、梁要素の曲げ非線形性 ($M\phi$ 関係) が考慮されることが多い。本報告では、多段配筋矩形 RC 断面に対する $M\phi$ 限界値、すなわち、ひび割れ時、降伏時および終局時の曲げモーメントと曲率を算出するためのエクセルマクロを作成したので、マクロでの計算手順や入出力データに関して記載するものである。

以前に、「分割法による矩形 RC 断面の $M\phi$ 限界値計算」において、エクセルマクロを掲載したが、本報告はその更新版になる。主な更新点としては、①分割法を使用せず、コンクリート応力の合力値および合力位置の計算に応力分布から導出される解析式を使用したこと、②中立軸位置の算出に 2 分法による収束計算を適用したこと、③コンクリートの応力ひずみ関係として、コンクリート標準示方書（あるいは道路橋示方書Ⅲ・コンクリート橋編）に提示されるもの（放物線と直線の組み合わせ）を用いたこと、にある。

なお、掲載したエクセルマクロは自由に使用していただいて結構ですが、結果の妥当性判断については使用者に委ねることとします。また、ソースコードについても公開しています。

2. $M\phi$ 限界値の算出手順

2.1 終局時の $M\phi$

2.1.1 終局時 $M\phi$ 算出手順の概要

終局時 $M\phi$ 算出手順の概要は、以下の通りである。

- (1) 断面諸元、すなわち、断面高さ h 、断面幅 b 、コンクリートおよび鉄筋のヤング係数 E_c, E_s 、コンクリート強度 f_c 、鉄筋降伏強度 f_y 、鉄筋の被り d_i 、鉄筋量 A_{si} および作用軸力 N （圧縮正）を設定する。
- (2) 終局時（圧縮縁において限界ひずみ 0.0035 に達した時点）における中立軸比 ku を仮定する。 ku は、圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離 d_n に対する中立軸位置 x_u （圧縮縁からの距離）の比 $ku=x_u/d_n$ で定義する。中立軸は有効断面内に存在することを前提に、最初の ku の仮定値として、 $ku1=0.0001$ とする。
- (3) (2)の条件、すなわち圧縮縁において 0.0035 の圧縮ひずみおよび仮定した ku の値から終局時の直ひずみ分布を設定する。
- (4) (3)による直ひずみ分布と鉄筋降伏ひずみ $\epsilon_y (=f_y/E_s)$ から、圧縮降伏、未降伏および引張降伏した鉄筋の判別を行う。本マクロではパラメータ $i1$ および $i2$ を定義し、第 1 段から $i1$ 段までを圧縮降伏した鉄筋、第 $i2$ 段から n 段（ n ：全鉄筋段数）までを引張降伏した鉄筋、それ以外の $i1+1$ 段から $i2-1$ 段までを未降伏の鉄筋と判定する。
- (5) (4)による鉄筋の降伏判定をもとに、鉄筋による引張あるいは圧縮応力を求める。すなわち、降伏している場合には鉄筋降伏強度 f_y とし、未降伏の場合には直ひずみに鉄筋ヤング係数を乗じた応力とする。さらに、鉄筋応力の鉄筋断面積を乗じて、それぞれの段の鉄筋力を求め、全ての段の

鉄筋力の合計値 P_s (P_s : 圧縮正) を求める。

- (6) コンクリート引張応力は無視することを前提に、(3)の圧縮ひずみ分布から終局時のコンクリート圧縮合力 P_c (P_c : 圧縮正) を求める。終局時の P_c は、コンクリート強度、断面幅、中立軸位置 x_u 、および β で表すことができる。ここに、 β は塑性化ひずみ ε_{cu} (=0.002) に対する終局ひずみ ε_{cu} (=0.0035) の比 ($\beta = \varepsilon_{cu} / \varepsilon_{cu}$) である。(P_c の算出式については後述)
- (7) (5)と(6)の計算結果および軸方向応力と軸力 N の釣り合い条件を考慮し、軸応力総和 $SU1=P_s+P_c-N$ を計算する。
- (8) 上記の(2)～(7)までの計算を、中立軸比 $ku2=0.9999$ に対して実施し、軸応力総和 $SU2$ を計算する。
- (9) (7)および(8)の $SU1$ と $SU2$ の符号が反転しているとき ($SU1 \cdot SU2 < 0$)、 $ku1 \sim ku2$ の間の中立軸位置の解が存在すると判断する。(有効断面内に中立軸の解が 1 個存在することを仮定)
- (10) 以後、より正確な中立軸位置を求めるために、2 分法による収束計算を適用する。
 $ku3=(ku1+ku2)/2$ に対する軸応力総和 $SU3$ を求める。 $SU1$ と $SU3$ の符号が反転したとき、 $ku2$ を $ku3$ に置き換える。 $SU1$ と $SU3$ の符号が反転しないとき、 $ku1$ を $ku3$ に、 $SU1$ を $SU3$ に置き換える。同様の計算を繰り返し、 $ABS((ku3-ku1)/ku3) < \varepsilon$ (ε : 収束誤差) のとき、収束計算を終了し、 $ku3$ を終局時の ku とする。
- (11) 中立軸位置 x_u を $x_u=ku \cdot d_n$ (d_n : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離) により算出する。また、終局曲率 ϕ_u を $\phi_u=0.0035/x_u$ により求める。
- (12) 鉄筋力に中立軸位置からの距離 x_u-d_i (d_i : 圧縮縁から第 i 段鉄筋までの距離) を乗じて鉄筋力によるモーメントを求め、全ての段のモーメントを合計することで中立軸周りのモーメント M_s (左周りを正) を計算する。
- (13) コンクリート圧縮合力による中立軸周りのモーメント M_c (左周りを正) を求める。 M_c は終局時のコンクリート圧縮合力に中立軸から圧縮合力位置までの距離を乗じて求める。終局時の M_c は、コンクリート強度、断面幅、中立軸位置 x_u 、および β で表すことができる。ここに、 β は塑性化ひずみ ε_{cu} (=0.002) に対する終局ひずみ ε_{cu} (=0.0035) の比 ($\beta = \varepsilon_{cu} / \varepsilon_{cu}$) である。(M_c の算出式については後述)
- (14) 中立軸周りのモーメントの釣り合いから、終局曲げモーメント M_u が、 $M_u=M_s+M_c+N(y_c-x_u)$ により算出できる。ここに、 y_c は圧縮縁から軸力作用位置までの距離であり、本マクロでは $y_c=h/2$ (断面中心) とした。

2.1.2 終局時 $M\phi$ の算出式

(1) 鉄筋の降伏判定

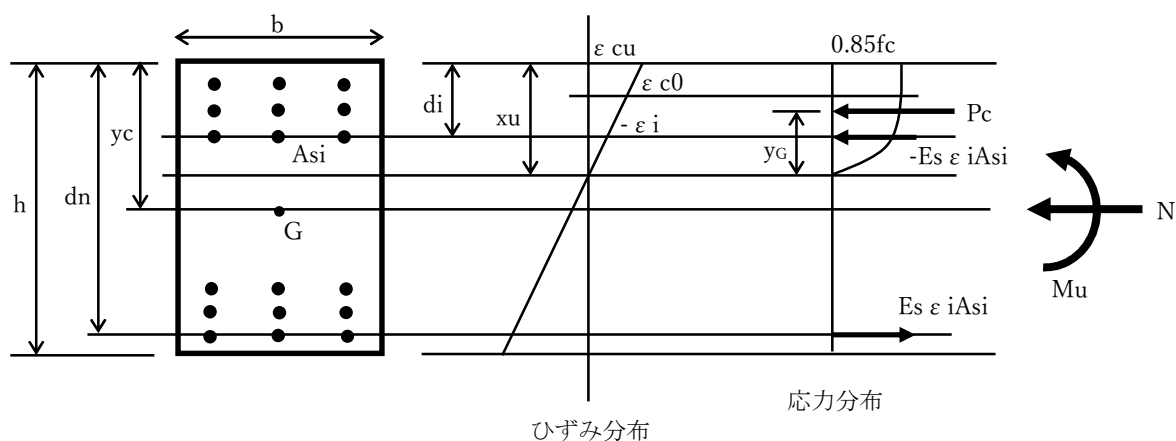
図 2-1 に、終局時の断面仮定を示す。

図 2-1 のひずみ分布を参照し、第 i 段鉄筋のひずみ ε_i (引張正) が次式で表される。

$$\frac{-\varepsilon_i}{x_u-d_i} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_u}$$

すなわち、

$$\varepsilon_i = \frac{d_i-x_u}{x_u} \varepsilon_{cu} \quad (1)$$



【記号】

h : 断面高さ

b : 断面幅

d_n : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離

y_c : 圧縮縁から軸力作用位置までの距離 ($=h/2$)

d_i : 第 i 段鉄筋の被り (圧縮縁からの距離)

A_{si} : 第 i 段鉄筋の鉄筋量

x_u : 終局時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

k_u : 終局時の中立軸比 ($=x_u/d_n$)

ϵ_{cu} : コンクリートの終局ひずみ ($=0.0035$ 、正值)

ϵ_{c0} : コンクリートの塑性化ひずみ ($=0.002$ 、正值)

ϵ_i : 第 i 段鉄筋のひずみ (引張正)

ϵ_y : 鉄筋降伏ひずみ ($=f_y/E_s$)

y_G : コンクリート圧縮応力の合力 P_c の作用位置 (中立軸からの距離)

f_c : コンクリート圧縮強度

f_y : 鉄筋降伏強度

E_c : コンクリートヤング係数

E_s : 鉄筋ヤング係数

P_c : コンクリート圧縮応力の合力値

N : 軸力 (圧縮正)

M_u : 終局曲げモーメント (下面側引張正)

図 2-1 終局時の断面仮定

以下では、式(1)を用い、終局時に鉄筋が未降伏あるいは降伏するときの条件を求める。

鉄筋が未降伏のとき、鉄筋降伏ひずみを $\varepsilon_y (=f_y/E_s)$ とすれば、次式が成立する。

$$-\varepsilon_y < \varepsilon_i < \varepsilon_y \quad (2)$$

式(2)に式(1)を代入すれば、次式を得る。

$$-\varepsilon_y < \frac{d_i - x_u}{x_u} \varepsilon_{cu} < \varepsilon_y \quad (3)$$

ここで、 $k_u = \frac{x_u}{d_n}$ $\gamma_i = \frac{d_i}{d_n}$ $\alpha = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{cu}}$ を定義すれば、式(3)から次式が得られる。

$$\frac{\gamma_i}{1+\alpha} < k_u < \frac{\gamma_i}{1-\alpha} \quad (4)$$

式(4)を、 γ_i の条件式に書き換えれば、次式を得る。

$$k_u(1-\alpha) < \gamma_i < k_u(1+\alpha) \quad (5)$$

式(5)が未降伏の条件となり、中立軸比 k_u が既知のとき、式(5)により未降伏あるいは降伏するときの鉄筋段数を定めることができる。

ここで、第 1 段から i_1 段までが圧縮降伏、 i_1+1 段から i_2-1 段までが未降伏、 i_2 段から n 段までが引張降伏になるように、パラメータ i_1 および i_2 を定義する。式(5)を考慮すれば、 i_1 および i_2 は以下の通り求められる。

$$i_1: \gamma_i < k_u(1-\alpha) \text{ を満足する最大の } i \quad (6)$$

$$i_2: \gamma_i > k_u(1+\alpha) \text{ を満足する最小の } i \quad (7)$$

ここに、 k_u : 終局時の中立軸比 ($=x_u/d_n$)

γ_i : 最外引張鉄筋の圧縮縁からの距離に対する第 i 段鉄筋の圧縮縁からの距離の比 ($=d_i/d_n$)

α : コンクリート終局ひずみに対する鉄筋降伏ひずみの比 ($=\varepsilon_y/\varepsilon_{cu}$)

(2) 中立軸比 k_u の算出

中立軸比 k_u を定めるために、軸方向応力と軸力との釣り合い式を考慮する。

鉄筋力の合計値 P_s (圧縮正) は、次式で書くことができる。

$$P_s = \sum_i (-E_s \varepsilon_i A_{si}) = \sum_i E_s A_{si} \frac{x_u - d_i}{x_u} \varepsilon_{cu} = \sum_i E_s A_{si} \frac{k_u - \gamma_i}{k_u} \varepsilon_{cu} \quad (8)$$

式(8)は、鉄筋が未降伏のときの鉄筋力合計値であるが、未降伏および降伏の鉄筋が混在する場合には、以下の式となる。すなわち、鉄筋ひずみが ε_y を超えたときは、鉄筋応力を降伏応力 f_y とすれば、次式を得る。

$$P_s = \sum_{i=1}^{i_1} A_{si} f_y - \sum_{i=i_2}^n A_{si} f_y + \sum_{i=i_1+1}^{i_2-1} E_s A_{si} \frac{k_u - \gamma_i}{k_u} \varepsilon_{cu} \quad (9)$$

ここに、 i_1, i_2 : 式(6)および(7)

A_{si} : 第 i 段鉄筋の鉄筋量

f_y : 鉄筋降伏応力

E_s : 鉄筋ヤング係数

k_u : 終局時の中立軸比

($=x_u/d_n$ 、 x_u : 終局時の中立軸位置、 d_n : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離)

γ_i : 最外引張鉄筋の圧縮縁からの距離に対する第 i 段鉄筋の圧縮縁からの距離の比 ($=d_i/d_n$)

ε_{cu} : コンクリート終局ひずみ (=0.0035)

コンクリート圧縮応力の合力値 P_c (圧縮正) は、参考資料 1 の式(参 18)を参照し、コンクリート圧縮強度 f_c 、断面幅 b 、中立軸位置の圧縮縁からの距離 x_u 、および塑性化ひずみに対する終局ひずみの比 β ($=\varepsilon_{cu}/\varepsilon_{c0}$) で表される。すなわち、

$$P_c = \frac{3\beta-1}{3\beta} 0.85 f_c b x_u \quad (10)$$

式(9)および式(10)を用い、軸方向応力の総和と軸力との釣り合い式は、次式の通り書くことができる。

$$P_s + P_c - N = 0 \quad (11)$$

終局時の中立軸比 k_u を仮定すれば、式(11)の左辺を計算することができるので、繰り返し計算により、式(11)の左辺の符号が反転するときの k_u を求めれば、終局時の中立軸比が算出できる。

終局曲率 ϕ_u は、次式で得られる。

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_u} \quad (12)$$

ここに、 $x_u = k_u \cdot d_n$

d_n : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離

(3) 終局曲げモーメント M_u の算出

終局曲げモーメント M_u を求めるために、中立軸周りのモーメントの釣り合いを考慮する。

中立軸周りの断面力によるモーメント (外力モーメント) と中立軸周りの鉄筋およびコンクリートによるモーメント (内力モーメント) を等値することで、次式を得る。

$$M_u - N(y_c - x_u) = M_s + M_c$$

すなわち、

$$M_u = M_s + M_c + N(y_c - x_u) \quad (13)$$

ここに、 M_u : 終局曲げモーメント (下面側引張正、左周り正)

M_s : 鉄筋力による中立軸周りのモーメント (左周り正)

M_c : コンクリート圧縮力による中立軸周りのモーメント (左周り正)

N : 軸力 (圧縮正)

y_c : 圧縮縁から軸力作用位置までの距離 ($=h/2$)

x_u : 終局時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

式(13)における M_s は、次式の通りである。

$$M_s = \sum_{i=1}^{i1} A_{si} f_y (x_u - d_i) + \sum_{i=i2}^n A_{si} f_y (d_i - x_u) + \sum_{i=i1+1}^{i2-1} E_s A_{si} \frac{k_u - \gamma_i}{k_u} \varepsilon_{cu} (x_u - d_i) \quad (14)$$

ここに、 $i1, i2$: 式(6),(7)

A_{si} : 第 i 段鉄筋の鉄筋量

f_y : 鉄筋降伏強度

x_u : 終局時の中立軸位置 ($=k_u \cdot d_n$ 、 d_n : 最外引張鉄筋の圧縮縁からの距離)

d_i : 第 i 段鉄筋のかぶり (圧縮縁からの距離)

Es : 鉄筋ヤング係数

ku : 終局時の中立軸比

γ_i : dn に対する第 i 段鉄筋のかぶりの比 (=di/dn)

ϵ_{cu} : 終局ひずみ (=0.0035)

また、式(13)における M_c は、参考資料 1 の式(参 19)を参照し、次式で表わされる。

$$M_c = \frac{6\beta^2 - 1}{12\beta^2} 0.85f_c b x_u^2 \quad (15)$$

ここに、 $\beta = \epsilon_{cu} / \epsilon_{c0}$ ($\epsilon_{cu}=0.0035$ 、 $\epsilon_{c0}=0.002$)

f_c : コンクリート強度

b : 断面幅

x_u : 終局時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

終局時の中立軸位置 x_u が既知のとき、式(13)～(15)により、終局曲げモーメントを求めることができる。

2.2 降伏時の M_ϕ

2.2.1 降伏時 M_ϕ 算出手順の概要

降伏時 M_ϕ 算出手順の概要は、以下の通りである。

- (1) 断面諸元、すなわち、断面高さ h、断面幅 b、コンクリートおよび鉄筋のヤング係数 E_c, E_s 、コンクリート強度 f_c 、鉄筋降伏強度 f_y 、鉄筋の被り d_i 、鉄筋量 A_{si} および作用軸力 N (圧縮正) を設定する。
- (2) 降伏時 (最外引張鉄筋において鉄筋降伏ひずみ ϵ_y に達した時点) における中立軸比 k_y を仮定する。 k_y は、圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離 dn に対する中立軸位置 x_y (圧縮縁からの距離) の比 $k_y = x_y / dn$ で定義する。中立軸は有効断面内に存在することを前提に、最初の k_y の仮定値として、 $k_{y1}=0.0001$ とする。
- (3) (2)の条件、すなわち最外引張鉄筋において鉄筋降伏ひずみ ϵ_y となること、および仮定した k_y の値から降伏時の直ひずみ分布を設定する。
- (4) (3)による直ひずみ分布と鉄筋降伏ひずみ ϵ_y ($=f_y/E_s$) から、圧縮降伏、未降伏および引張降伏した鉄筋の判別を行う。本マクロではパラメータ i_{ly} を定義し、第 1 段から i_{ly} 段までを圧縮降伏した鉄筋、第 n 段 (n : 全鉄筋段数) を引張降伏した鉄筋、それ以外の $i_{ly}+1$ 段から n-1 段までを未降伏の鉄筋と判定する。
- (5) (4)による鉄筋の降伏判定をもとに、鉄筋による引張あるいは圧縮応力を求める。すなわち、降伏している場合には鉄筋降伏強度 f_y とし、未降伏の場合には直ひずみに鉄筋ヤング係数を乗じた応力とする。さらに、鉄筋応力の鉄筋断面積を乗じて、それぞれの段の鉄筋力を求め、全ての段の鉄筋力の合計値 P_s (P_s : 圧縮正) を求める。
- (6) コンクリート引張応力は無視することを前提に、(3)の圧縮ひずみ分布から降伏時のコンクリート圧縮合力 P_c (P_c : 圧縮正) を求める。降伏時の P_c は、コンクリート強度、断面幅、中立軸位置 x_y 、および r で表すことができる。ここに、r は塑性化ひずみ ϵ_{c0} ($=0.002$) に対する圧縮縁ひず

み ε_c の比 ($r = \varepsilon_c / \varepsilon_{c0}$) である。(Pc の算出式については後述)

- (7) (5)と(6)の計算結果および軸方向応力と軸力 N の釣り合い条件を考慮し、軸応力総和 $SU1 = Ps + Pc - N$ を計算する。
- (8) 上記の(2)～(7)までの計算を、中立軸比 $ky2 = 0.9999$ に対して実施し、軸応力総和 $SU2$ を計算する。
- (9) (7)および(8)の $SU1$ と $SU2$ の符号が反転しているとき ($SU1 \cdot SU2 < 0$)、 $ky1 \sim ky2$ の間の中立軸位置の解が存在すると判断する。(有効断面内に中立軸の解が 1 個存在することを仮定)
- (10) 以後、より正確な中立軸位置を求めるために、2 分法による収束計算を適用する。
 $ky3 = (ky1 + ky2) / 2$ に対する軸応力総和 $SU3$ を求める。 $SU1$ と $SU3$ の符号が反転したとき、 $ky2$ を $ky3$ に置き換える。 $SU1$ と $SU3$ の符号が反転しないとき、 $ky1$ を $ky3$ に、 $SU1$ を $SU3$ に置き換える。同様の計算を繰り返し、 $ABS((ky3 - ky1) / ky3) < \varepsilon$ (ε : 収束誤差) のとき、収束計算を終了し、 $ky3$ を降伏時の ky とする。
- (11) 中立軸位置 xy を $xy = ky \cdot dn$ (dn : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離) により算出する。また、降伏曲率 ϕ_y を $\phi_y = \varepsilon_y / (dn - xy)$ により求める。
- (12) 鉄筋力に中立軸位置からの距離 $xy \cdot di$ (di : 圧縮縁から第 i 段鉄筋までの距離) を乗じて鉄筋力によるモーメントを求め、全ての段のモーメントを合計することで中立軸周りのモーメント Ms (左周りを正) を計算する。
- (1) コンクリート圧縮合力による中立軸周りのモーメント Mc (左周りを正) を求める。 Mc は降伏時のコンクリート圧縮合力に中立軸から圧縮合力位置までの距離を乗じて求める。降伏時の Mc は、コンクリート強度、断面幅、中立軸位置 xy 、および r で表すことができる。ここに、 r は塑性化ひずみ ε_{c0} ($=0.002$) に対する圧縮縁ひずみ ε_c の比 ($r = \varepsilon_c / \varepsilon_{c0}$) である。(Mc の算出式については後述)
- (2) 中立軸周りのモーメントの釣り合いから、降伏曲げモーメント My が、 $My = Ms + Mc + N(y_c - xy)$ により算出できる。ここに、 y_c は圧縮縁から軸力作用位置までの距離であり、本マクロでは $y_c = h/2$ (断面中心) とした。

2.2.2 降伏時 $M\phi$ の算出式

(1) 鉄筋の降伏判定

図 2-2 に、降伏時の断面仮定を示す。

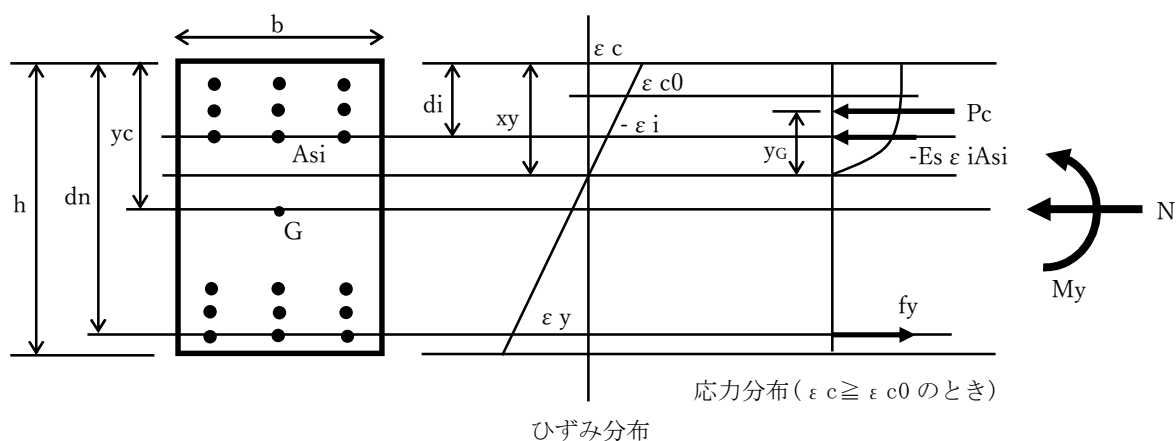
図 2-2 のひずみ分布を参照し、第 i 段鉄筋のひずみ ε_i (引張正) および圧縮縁ひずみ ε_c (正值) が次式で表される。

$$\frac{-\varepsilon_i}{x_y - d_i} = \frac{\varepsilon_y}{d_n - x_y}$$

$$\frac{\varepsilon_c}{x_y} = \frac{\varepsilon_y}{d_n - x_y}$$

すなわち、

$$\varepsilon_i = \frac{d_i - x_y}{d_n - x_y} \varepsilon_y \quad (16)$$



【記号】

h : 断面高さ

b : 断面幅

d_n : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離

y_c : 圧縮縁から軸力作用位置までの距離 ($=h/2$)

d_i : 第 i 段鉄筋の被り (圧縮縁からの距離)

A_{si} : 第 i 段鉄筋の鉄筋量

x_y : 降伏時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

k_y : 降伏時の中立軸比 ($=x_y/d_n$)

ϵ_c : コンクリートの圧縮縁ひずみ (正值)

ϵ_{c0} : コンクリートの塑性化ひずみ ($=0.002$, 正值)

ϵ_i : 第 i 段鉄筋のひずみ (引張正)

ϵ_y : 鉄筋降伏ひずみ ($=f_y/E_s$)

y_G : コンクリート圧縮応力の合力 P_c の作用位置 (中立軸からの距離)

f_c : コンクリート圧縮強度

f_y : 鉄筋降伏強度

E_c : コンクリートヤング係数

E_s : 鉄筋ヤング係数

P_c : コンクリート圧縮応力の合力値

N : 軸力 (圧縮正)

M_y : 降伏曲げモーメント (下面側引張正)

図 2-2 降伏時の断面仮定

$$\varepsilon_c = \frac{x_y}{d_n - x_y} \varepsilon_y = \frac{k_y}{1 - k_y} \varepsilon_y \quad (17)$$

ここに、 k_y ：降伏時の中立軸比（ $=x_y/d_n$ ）

以下では、式(16)を用い、降伏時の鉄筋が未降伏か降伏するときの条件を求める。

鉄筋が未降伏のとき、鉄筋降伏ひずみを $\varepsilon_y (=f_y/E_s)$ とすれば、次式が成立する。

$$-\varepsilon_y < \varepsilon_i < \varepsilon_y \quad (18)$$

式(18)に式(16)を代入すれば、次式を得る。

$$-\varepsilon_y < \frac{d_i - x_y}{d_n - x_y} \varepsilon_y < \varepsilon_y \quad (19)$$

ここで、 $k_y = \frac{x_y}{d_n}$ $\gamma_i = \frac{d_i}{d_n}$ を定義し、 γ_i の条件で書けば次式が得られる。

$$2k_y - 1 < \gamma_i < 1 \quad (20)$$

式(20)の $\gamma_i < 1$ の条件は、最外引張鉄筋のみが引張降伏することを意味するので、自明な条件となる。
すなわち、最外引張鉄筋が引張降伏し、それ以外の鉄筋は未降伏あるいは圧縮降伏となる。

したがって、未降伏の条件として、以下を採用する。

$$\gamma_i > 2k_y - 1 \quad (21)$$

式(21)により、中立軸比 k_y が既知のとき、未降伏あるいは圧縮降伏の鉄筋段数を定めることができる。

ここで、第 1 段から i_{ly} 段までが圧縮降伏、 $i_{ly}+1$ 段から $n-1$ 段までが未降伏、第 n 段（ n ：全鉄筋段数）が引張降伏とするパラメータ i_{ly} を定義する。式(21)を考慮すれば、 i_{ly} が以下の通り求めることができる。

$$i_{ly} : \gamma_i < 2k_y - 1 \text{ を満足する最大の } i \quad (22)$$

ここに、 k_y ：降伏時の中立軸比（ $=x_y/d_n$ ）

γ_i ：最外引張鉄筋の圧縮縁からの距離に対する第 i 段鉄筋の圧縮縁からの距離（ $=d_i/d_n$ ）

(2) 中立軸比 k_y の算出

中立軸比 k_y を定めるために、軸方向応力と軸力の釣り合い式を考慮する。

鉄筋力の合計値 P_s （圧縮正）は、次式で書くことができる。

$$P_s = \sum_i (-E_s \varepsilon_i A_{si}) = \sum_i E_s A_{si} \frac{x_y - d_i}{d_n - x_y} \varepsilon_y = \sum_i E_s A_{si} \frac{k_y - \gamma_i}{1 - k_y} \varepsilon_y \quad (23)$$

式(23)は、鉄筋が未降伏のときの鉄筋力合計値であるが、未降伏および降伏の鉄筋が混在する場合には、以下の式となる。すなわち、鉄筋ひずみが ε_y を超えたときは、鉄筋応力を降伏応力 f_y とすれば、次式を得る。

$$P_s = \sum_{i=1}^{i_{ly}} A_{si} f_y - A_{sn} f_y + \sum_{i=i_{ly}+1}^{n-1} E_s A_{si} \frac{k_y - \gamma_i}{1 - k_y} \varepsilon_y \quad (24)$$

ここに、 i_{ly} ：式(21)

A_{si} ：第 i 段鉄筋の鉄筋量

f_y ：鉄筋降伏応力

E_s : 鉄筋ヤング係数

k_y : 降伏時の中立軸比

($=x_y/d_n$ 、 x_y : 降伏時の中立軸位置、 d_n : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離)

γ_i : 最外引張鉄筋の圧縮縁からの距離に対する第 i 段鉄筋の圧縮縁からの距離の比 ($=d_i/d_n$)

ε_y : 鉄筋降伏ひずみ ($=f_y/E_s$)

コンクリート圧縮応力の合力値 P_c (圧縮正) は、参考資料 1 の式(参 20)を参照し、コンクリート圧縮強度 f_c 、断面幅 b 、中立軸位置の圧縮縁からの距離 x_y 、および塑性化ひずみに対する圧縮縁ひずみの比 $r(=\varepsilon_c/\varepsilon_{c0})$ で表される。すなわち、

$$P_c = \begin{cases} \frac{r(3-r)}{3} \cdot 0.85f_c b x_y & (r < 1) \\ \frac{3r-1}{3r} \cdot 0.85f_c b x_y & (r \geq 1) \end{cases} \quad (25)$$

式(25)における r の算出には、圧縮縁ひずみ ε_c が必要になるが、 k_y が既知のとき式(17)により計算可能である。

式(24)および式(25)を用い、軸方向応力の総和と軸力との釣り合い式は、次式の通り書くことができる。

$$P_s + P_c - N = 0 \quad (26)$$

降伏時の中立軸比 k_y を仮定すれば、式(26)の左辺を計算することができるので、繰り返し計算により、式(26)の左辺の符号が反転するときの k_y を求めれば、降伏時の中立軸比が算出できる。

降伏曲率 ϕ_y は、次式で得られる。

$$\phi_y = \frac{\varepsilon_y}{d_n - x_y} \quad (27)$$

ここに、 $x_y = k_y \cdot d_n$

d_n : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離

(3) 降伏曲げモーメント M_y の算出

降伏曲げモーメント M_y を求めるために、中立軸周りのモーメントの釣り合いを考慮する。

中立軸周りの断面力によるモーメント (外力モーメント) と中立軸周りの鉄筋およびコンクリートによるモーメント (内力モーメント) を等値することで、次式を得る。

$$M_y - N(y_c - x_y) = M_s + M_c$$

すなわち、

$$M_y = M_s + M_c + N(y_c - x_y) \quad (28)$$

ここに、 M_y : 降伏曲げモーメント (下面側引張正、左周り正)

M_s : 鉄筋力による中立軸周りのモーメント (左周り正)

M_c : コンクリート圧縮力による中立軸周りのモーメント (左周り正)

N : 軸力 (圧縮正)

y_c : 圧縮縁から軸力作用位置までの距離 ($=h/2$)

x_y : 降伏時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

式(28)における M_s は、次式の通りである。

$$M_s = \sum_{i=1}^{i_{ly}} A_{si} f_y (x_y - d_i) + A_{sn} f_y (d_n - x_y) + \sum_{i=i_{ly}+1}^{n-1} E_s A_{si} \frac{k_y - \gamma_i}{1 - k_y} \varepsilon_y (x_y - d_i) \quad (29)$$

ここに、 i_{ly} : 式(21)

A_{si} : 第 i 段鉄筋の鉄筋量

f_y : 鉄筋降伏強度

x_y : 降伏時の中立軸位置 ($=k_y \cdot d_n$, d_n : 最外引張鉄筋の圧縮縁からの距離)

d_i : 第 i 段鉄筋のかぶり (圧縮縁からの距離)

E_s : 鉄筋ヤング係数

k_y : 降伏時の中立軸比

γ_i : d_n に対する第 i 段鉄筋のかぶりの比 ($=d_i/d_n$)

ε_y : 鉄筋降伏ひずみ ($=f_y/E_s$)

また、式(28)における M_c は、参考資料 1 の式(参 21)を参照し、次式で表わされる。

$$M_c = \begin{cases} \frac{r(8-3r)}{12} \cdot 0.85 f_c b x_y^2 & (r < 1) \\ \frac{6r^2-1}{12r^2} \cdot 0.85 f_c b x_y^2 & (r \geq 1) \end{cases} \quad (30)$$

ここに、 $r = \varepsilon_c / \varepsilon_{c0}$ ($\varepsilon_{c0} = 0.002$)

ε_c : 圧縮縁ひずみ (式(17)による)

f_c : コンクリート強度

b : 断面幅

x_y : 降伏時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

降伏時の中立軸位置 x_y が既知のとき、式(28)～(30)により、降伏曲げモーメントを求めることができる。

2.3 ひび割れ時の M_ϕ

ひび割れ曲げモーメントおよびひび割れ曲率は、道路橋示方書・耐震設計編に提示される方法によって算出した。

ひび割れ曲げモーメント M_c は、次式で表される。

$$M_c = W_c \left(f_t + \frac{N}{A_c} \right)$$

ここに、 W_c : 鉄筋を考慮した換算断面係数 (m^3)

f_t : コンクリート引張強度 (kN/m^2) ($=0.23 f_{ck}^{2/3} \times 1000$: コンクリート標準示方書による)

f_{ck} : コンクリート設計基準強度 (N/mm^2)

A_c : 鉄筋を考慮した換算断面積 (m^2)

N : 軸力 (kN)

また、換算断面係数 W_c および換算断面積 A_c は、次式で表される。

$$W_c = \frac{I_c}{h - y_c}$$

$$A_c = bh + \sum nA_{si}$$

ここに、 I_c ：鉄筋を考慮した図心周りの断面 2 次モーメント (m⁴)

$$I_c = \frac{1}{3} b \{ y_c^3 + (h - y_c)^3 \} + \sum nA_{si} (y_c - d_i)^2$$

h ：断面高さ (m)

b ：断面幅 (m)

y_c ：圧縮縁から図心位置までの距離 (m)

$$y_c = \frac{\frac{1}{2}bh^2 + \sum nA_{si}d_i}{bh + \sum nA_{si}}$$

d_i ：第 i 段鉄筋のかぶり (圧縮縁からの距離)

n ：ヤング係数比 ($n=Es/Ec$ 、 Es ：鉄筋ヤング係数(kN/m²))

A_{si} ：第 i 段の鉄筋断面積

ひび割れ曲率 φ_c は、次式で表される。

$$\varphi_c = \frac{M_c}{E_c I_c}$$

ここに、 E_c ：コンクリートヤング係数 (kN/m²)

3. 入出力データ

3.1 入力データ

入力データは、シート「入力データ」に作成を行う。

入力値は、以下の通りである。

(1) 通し番号

データの数分の番号を 1 から順に入力する。この通し番号が空欄となった時点でデータが終了したと判断し、計算を中止させる。

(2) 断面高さ h (cm)

矩形断面の断面高さを cm 単位で入力する。

(3) 断面幅 b (cm)

矩形断面の断面幅を cm 単位で入力する。

(4) コンヤング係数 E_c (kN/mm²)

コンクリートのヤング係数を、kN/mm² 単位で入力する。

(5) 鉄筋ヤング係数 E_s (kN/mm²)

表 3-2 シート「限界値」の例

ケース	ひび割れ xc(+) (cm)	ひび割れ φ c(+) (1/m)	ひび割れ Mc(+) (kNm)	降伏 xy(+) (cm)	降伏 φ y(+) (1/m)	降伏 My(+) (kNm)	終局 xu(+) (cm)	終局 φ u(+) (1/m)	終局 Mu(+) (kNm)	ひび割れ xc(-) (cm)	ひび割れ φ c(-) (1/m)	ひび割れ Mc(-) (kNm)	降伏 xy(-) (cm)	降伏 φ y(-) (1/m)	降伏 My(-) (kNm)	終局 xu(-) (cm)	終局 φ u(-) (1/m)	終局 Mu(-) (kNm)
1	41.087	0.000265	153.445	22.606	0.00474	760.636	16.065	0.021787	960.151	41.087	-0.00026	-153.445	22.606	-0.00474	-760.636	16.065	-0.02179	-960.151
2	42.778	0.000281	162.979	23.001	0.004792	777.895	16.381	0.021366	977.281	42.778	-0.00028	-162.979	23.001	-0.00479	-777.895	16.381	-0.02137	-977.281
3	44.833	0.000304	176.289	23.538	0.004864	801.761	16.834	0.020792	1001.045	44.833	-0.0003	-176.289	23.538	-0.00486	-801.761	16.834	-0.02079	-1001.045
4	38.666	0.000244	141.590	22.103	0.004675	738.985	15.682	0.022319	938.735	38.666	-0.00024	-141.590	22.103	-0.00468	-738.985	15.682	-0.02232	-938.735
5	40.572	0.00026	150.760	22.494	0.004725	755.754	15.977	0.021906	955.312	40.572	-0.00026	-150.760	22.494	-0.00473	-755.754	15.977	-0.02191	-955.312
6	42.504	0.000278	161.355	22.935	0.004783	774.965	16.327	0.021437	974.370	42.504	-0.00028	-161.355	22.935	-0.00478	-774.965	16.327	-0.02144	-974.370

3.2.2 シート「Mφ図化」

Mφ限界値の出力を、図化しやすいように、順序を変更して出力する。

限界値の記号の意味は、以下の通りである。

u(-) : 負側終局時

y(-) : 負側降伏時

c(-) : 負側ひび割れ時

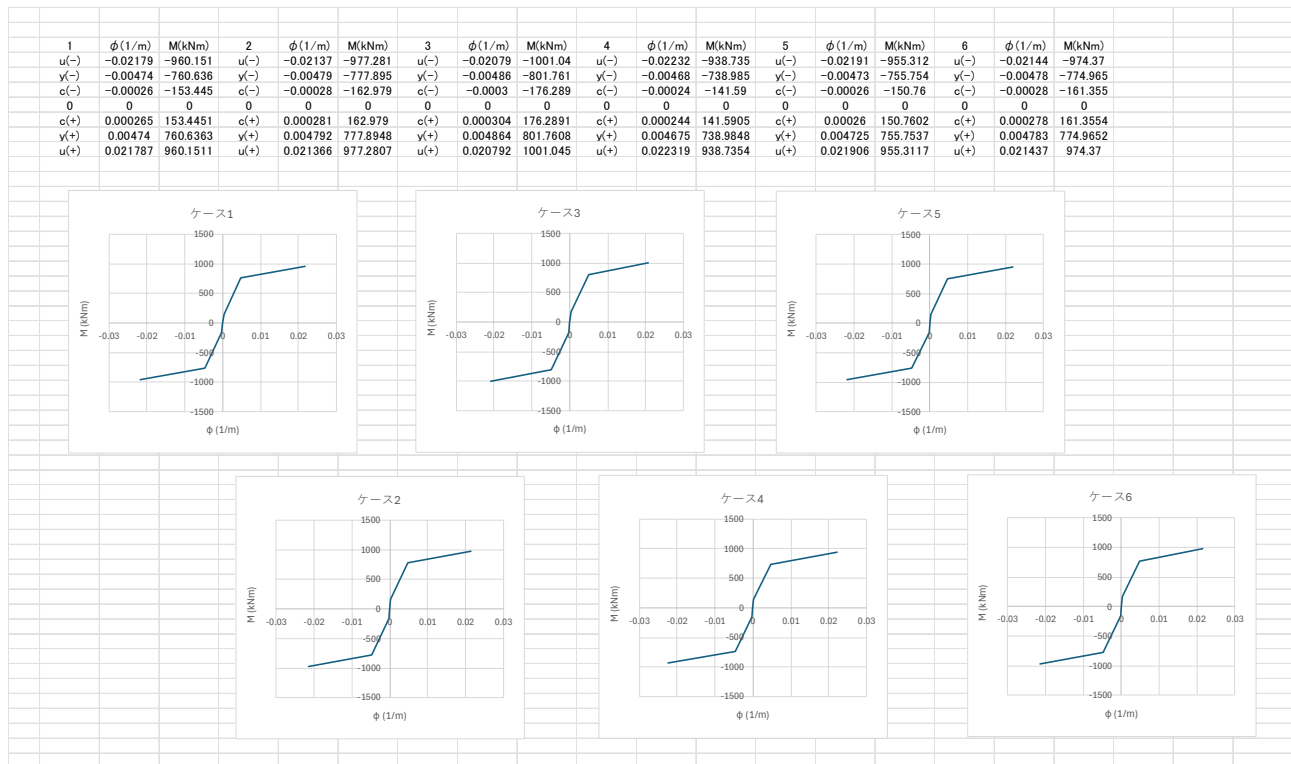
c(+) : 正側ひび割れ時

y(+) : 正側降伏時

u(+) : 正側終局時

表 3-3 に、シート「Mφ図化」の出力例を示す。

表 3-3 シート「Mφ図化」の例



3.2.3 シート「収束状況 (U+)」、「収束状況 (Y+)」, 「収束状況 (U-)」、「収束状況 (Y-)」

本マクロでは、中立軸計算において 2 分法による繰り返し計算を適用している。その収束状況を把握するために、収束回数と収束に至るまでの中立軸の値を出力している。

収束計算の繰り返し最大数を 100 としているので、収束回数が 100 を超えた場合には、計算が収束していない可能性がある。収束誤差が 10^{-5} の場合、20 回程度の繰り返しで収束するようである。

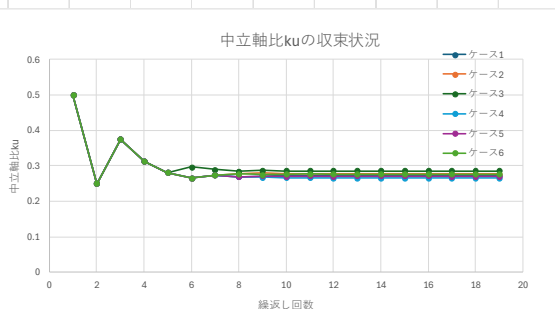
また、鉄筋の降伏範囲を示すパラメータ i1 と i2 あるいは i1y も出力している。

収束状況を出力するシートは、終局と降伏、正側と負側の組み合わせで、全部で 4 つある。

表 3-4 に、シート「収束状況(U+)」の出力例を示す。

表 3-4 シート「収束状況(U+)」の例

ケース	収束回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	19	0.5	0.25005	0.37503	0.312538	0.281294	0.2657	0.273483	0.269577	0.27153	0.272506	0.272018	0.272262	0.272384	0.272323	0.272293	0.272278	0.272285	0.272289	0.272287
	i1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	i2	5	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
2	19	0.5	0.25005	0.37503	0.312538	0.281294	0.2657	0.273483	0.277388	0.279341	0.278365	0.277876	0.277632	0.277754	0.277693	0.277663	0.277648	0.27764	0.277644	0.277642
	i1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	i2	5	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	19	0.5	0.25005	0.37503	0.312538	0.281294	0.2657	0.273483	0.269577	0.27153	0.272506	0.272018	0.272262	0.272384	0.272323	0.272293	0.272278	0.272285	0.272289	0.272287
	i1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	i2	5	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	19	0.5	0.25005	0.37503	0.312538	0.281294	0.265672	0.273483	0.269577	0.27153	0.272506	0.272018	0.272262	0.272384	0.272323	0.272293	0.272278	0.272285	0.272289	0.272287
	i1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	i2	5	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
5	19	0.5	0.25005	0.37503	0.312538	0.281294	0.265672	0.273483	0.269577	0.27153	0.272506	0.272018	0.272262	0.272384	0.272323	0.272293	0.272278	0.272285	0.272289	0.272287
	i1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	i2	5	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
6	19	0.5	0.25005	0.37503	0.312538	0.281294	0.265672	0.273483	0.269577	0.27153	0.272506	0.272018	0.272262	0.272384	0.272323	0.272293	0.272278	0.272285	0.272289	0.272287
	i1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	i2	5	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3



i1: 鉄筋1段からi1段まで圧縮降伏
i2: 鉄筋i2段からnst段まで引張降伏 (nst: 全鉄筋段数)

3.2.4 シート「軸応力総和 (U+)」、「軸応力総和 (Y+)」、「軸応力総和 (U-)」、「軸応力総和 (Y-)」

本マクロでは、中立軸位置が有効断面内 (圧縮縁から最外引張鉄筋までの間) にあることを前提とし、かつ有効断面内に中立軸位置の解が 1 個存在することを仮定している。

したがって、有効断面内の中立軸位置の解が複数存在する場合には、2 分法による収束計算が破綻する可能性がある。そこで、中立軸比の 0.0001 から 0.9999 までの範囲を 100 分割して、軸応力総和 $P_s + P_c - N$ を出力している。軸応力総和の値が 0 を切る箇所が 1 箇所となることをグラフ上で確認している。

現状の幾つかの計算で中立軸位置の解が複数となった例は見られないが、解が複数存在する場合には、別途検討が必要である。

軸応力総和を出力するシートは、終局と降伏、正側と負側の組み合わせで、全部で 4 つある。

表 3-5 に、シート「軸応力総和(U+)」の出力例を示す。

表 3-6 シート「軸応力総和(U+)」の例 (一部)

[illegible]

3.3 マクロ内で設定するフラグ

計算条件の制御のため、マクロ内において設定する以下のフラグがある。

(1)iflag1

iflag1=1 のとき、ワークシート「収束状況(U+)」、「収束状況(Y+)」、「収束状況(U-)」、「収束状況(Y-)」に、収束状況を書き出す。現マクロでは、iflag1=1 である。

(2)iflag2

iflag2=0 のとき、軸力作用位置を断面中心とする。それ以外るとき、軸力作用位置を図心とする。現マクロでは、iflag2=0 である。

(3)iflag3

iflag3=1 のとき、ひび割れ時 M_{ϕ} の計算において鉄筋剛性を考慮しない。それ以外るとき、ひび割れ時 M_{ϕ} の計算で鉄筋剛性を考慮する。現マクロでは、計算例 1 は iflag3=1、計算例 2 は iflag3=0 としている。

(4)iflag4

iflag4=1 のとき、ワークシート軸応力総和(U+)、「軸応力総和(Y+)」、「軸応力総和(U-)」、「軸応力総和(Y-)」に、軸応力総和を書き出す。現マクロでは、iflag4=1 である。

(5)iflag5

iflag5=1 のとき、降伏時 M_{ϕ} の計算においてコンクリートおよび鉄筋の応力ひずみ関係を線形とする。それ以外のとき、降伏時 M_{ϕ} の計算で応力ひずみ関係を非線形とする。現マクロでは、iflag5=0 である。

(6)eps

中立軸位置を 2 分法による収束計算で求める際の収束誤差 ε である。現マクロでは ε を 10^{-5} に設定している。現時点の中立軸比に対する、現時点の中立軸比と前回の中立軸比の差の比を収束誤差と定義している。

(7)itmax

中立軸位置の収束計算における最大繰り返し回数である。現マクロでは 100 に設定している。

3.4 データ数の制限

マクロ内において配列の大きさを指定しているため、全鉄筋段数および $M\phi$ 計算のケース数に関して以下の制限がある。

- ・全鉄筋段数：最大 50（配列の大きさを「na1」で指定、現マクロは na1=50）
- ・ $M\phi$ 計算のケース数：最大 200（配列の大きさを「na2」で指定、現マクロは na2=200）

全鉄筋段数が 50 を超える場合には、マクロ内の変数 na1 の値を大きく設定し直す必要がある。

$M\phi$ 計算のケース数が 200 を超える場合には、マクロ内の変数 na2 の値を大きく設定し直す必要がある。

4. 計算例

4.1 計算例 1（市販ソフトとの比較）

柱断面を対象とし、本マクロと市販ソフト（フォーラムエイト・ES）との比較を行った。

4.1.1 計算条件

計算条件を、表 4-1 に示す。断面諸元は変更せず、表 4-1 に示す軸力の 6 ケースを実施した。

表 4-1 計算条件

項目		設定値
断面高さ h(cm)		70
断面幅 b(cm)		70
コンクリートヤング係数 E_c (kN/mm ²)		25
鉄筋ヤング係数 E_s (kN/mm ²)		200
コンクリート強度 f_c (N/mm ²)		24
鉄筋降伏強度 f_y (N/mm ²)		345
軸力 N(kN)	ケース 1	230.1
	ケース 2	312.3
	ケース 3	427.0
	ケース 4	127.9
	ケース 5	206.9
	ケース 6	298.3
軸方向配筋		D25・20 本

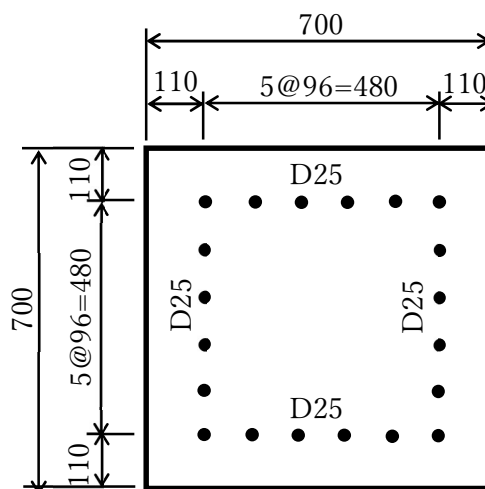


図 4-1 軸方向配筋

4.1.2 計算結果

表 4-2～4 に、本マクロと市販ソフトの計算結果を示す。ここでは、両者のひび割れ時の $M\phi$ の計算条件として、鉄筋剛性は無視することとした。同表によれば、両者の計算結果はほぼ一致していることがわかる。図 4-2 に、ケース 1 の $M-\phi$ 関係を示す。同図には、側方筋を無視したケースも併記した。

表 4-2 $M\phi$ 限界値（本マクロ）

本マクロ (A)												
ケース	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	$M_u(-)$ (kNm)	$\phi_u(-)$ (1/m)	$M_y(-)$ (kNm)	$\phi_y(-)$ (1/m)	$M_c(-)$ (kNm)	$\phi_c(-)$ (1/m)	$M_c(+)$ (kNm)	$\phi_c(+)$ (1/m)	$M_y(+)$ (kNm)	$\phi_y(+)$ (1/m)	$M_u(+)$ (kNm)	$\phi_u(+)$ (1/m)
1	-960.151	-0.021787	-760.636	-0.004740	-136.238	-0.000272	136.238	0.000272	760.636	0.004740	960.151	0.021787
2	-977.281	-0.021366	-777.895	-0.004792	-145.828	-0.000292	145.828	0.000292	777.895	0.004792	977.281	0.021366
3	-1001.045	-0.020792	-801.761	-0.004864	-159.215	-0.000318	159.215	0.000318	801.761	0.004864	1001.045	0.020792
4	-938.735	-0.022319	-738.985	-0.004675	-124.315	-0.000249	124.315	0.000249	738.985	0.004675	938.735	0.022319
5	-955.312	-0.021906	-755.754	-0.004725	-133.538	-0.000267	133.538	0.000267	755.754	0.004725	955.312	0.021906
6	-974.370	-0.021437	-774.965	-0.004783	-144.195	-0.000288	144.195	0.000288	774.965	0.004783	974.370	0.021437

表 4-3 $M\phi$ 限界値（市販ソフト）

市販ソフト (B)												
ケース	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	$M_u(-)$ (kNm)	$\phi_u(-)$ (1/m)	$M_y(-)$ (kNm)	$\phi_y(-)$ (1/m)	$M_c(-)$ (kNm)	$\phi_c(-)$ (1/m)	$M_c(+)$ (kNm)	$\phi_c(+)$ (1/m)	$M_y(+)$ (kNm)	$\phi_y(+)$ (1/m)	$M_u(+)$ (kNm)	$\phi_u(+)$ (1/m)
1	-960.151	-0.021787	-760.637	-0.004740	-136.238	-0.000272	136.238	0.000272	760.637	0.004740	960.151	0.021787
2	-977.281	-0.021366	-777.896	-0.004792	-145.828	-0.000292	145.828	0.000292	777.896	0.004792	977.281	0.021366
3	-1001.044	-0.020792	-801.760	-0.004864	-159.215	-0.000318	159.215	0.000318	801.760	0.004864	1001.044	0.020792
4	-938.735	-0.022319	-738.985	-0.004675	-124.315	-0.000249	124.315	0.000249	738.985	0.004675	938.735	0.022319
5	-955.311	-0.021906	-755.752	-0.004725	-133.538	-0.000267	133.538	0.000267	755.752	0.004725	955.311	0.021906
6	-974.370	-0.021437	-774.967	-0.004783	-144.195	-0.000288	144.195	0.000288	774.967	0.004783	974.370	0.021437

表 4-4 $M\phi$ 限界値（本マクロと市販ソフトの比）

比 (A/B)												
ケース	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	$M_u(-)$ (kNm)	$\phi_u(-)$ (1/m)	$M_y(-)$ (kNm)	$\phi_y(-)$ (1/m)	$M_c(-)$ (kNm)	$\phi_c(-)$ (1/m)	$M_c(+)$ (kNm)	$\phi_c(+)$ (1/m)	$M_y(+)$ (kNm)	$\phi_y(+)$ (1/m)	$M_u(+)$ (kNm)	$\phi_u(+)$ (1/m)
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

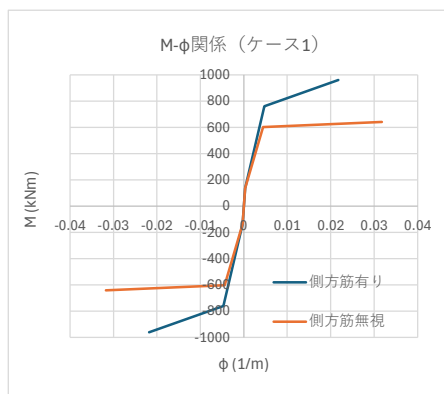


図 4-2 $M-\phi$ 関係（ケース 1、側方筋有り・無しの比較）

4.2 計算例 2（過去に作成したマクロとの比較）

以前、「分割法による矩形 RC 断面の M_{ϕ} 限界値計算」の記事において、矩形 RC 断面の側方鉄筋を考慮可能な M_{ϕ} 限界値算出のマクロを作成した。このマクロでは、圧縮および引張の主鉄筋をそれぞれ 2 段まで、また主鉄筋間に側方鉄筋を等間隔で配置するものと仮定していた。その際、例題として採用した対象は、「道路橋の耐震設計における鉄筋コンクリート橋脚の水平力ー水平変位関係の計算例（H24 版道示対応）（社）日本道路協会（当時）平成 24 年 5 月」における「矩形断面の橋軸方向」および「矩形断面の橋軸直角方向」の断面諸元とした。

本報告では、今回作成したマクロを使用し、上記と同一の計算条件のもとに M_{ϕ} 限界値を求め、過去作成したマクロとの比較を行った。なお、過去作成したマクロの計算においては、今回作成したマクロと計算仮定を一致させるために、①コンクリート応力ひずみ関係をコ示（道示Ⅲ）が提示するものに変更する、②降伏時および終局時においてコンクリート引張強度を無視する、および③コンクリート断面積から鉄筋断面積を差し引かない、ことを考慮した。

4.2.1 計算条件

表 4-5 に、計算条件を示す。

表 4-5 計算条件

項目		設定値	
		橋軸方向（ケース 1）	橋軸直角方向（ケース 2）
断面高さ $h(\text{cm})$		200	400
断面幅 $b(\text{cm})$		400	200
コンクリートヤング係数 $E_c(\text{kN/mm}^2)$		28	28
鉄筋ヤング係数 $E_s(\text{kN/mm}^2)$		200	200
コンクリート強度 $f_c(\text{N/mm}^2)$		30	30
鉄筋降伏強度 $f_y(\text{N/mm}^2)$		345	345
軸力 $N(\text{kN})$		8000	8000
軸方向配筋	主鉄筋（対称）	1 段目：31-D32、被り 15cm 2 段目：17-D32、被り 25cm	1 段目：15.95-D29、被り 15cm 2 段目：9.95-D25、被り 25cm
	側方鉄筋（対称）	2.91-D32、11 段	2.96-D32、27 段

4.2.2 計算結果

表 4-6～8 に、本マクロと過去に作成したマクロの計算結果を示す。

ここでは、両者のひび割れ時の M_{ϕ} の計算条件として、鉄筋剛性を考慮することとした。

同表によれば、両者の計算結果はほぼ一致している。

表 4-6 Mφ 限界値 (本マクロ)

本マクロ (A)												
ケース	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	Mu(-) (kNm)	φ u(-) (1/m)	My(-) (kNm)	φ y(-) (1/m)	Mc(-) (kNm)	φ c(-) (1/m)	Mc(+) (kNm)	φ c(+) (1/m)	My(+) (kNm)	φ y(+) (1/m)	Mu(+) (kNm)	φ u(+) (1/m)
1	-36942.779	-0.013238	-30605.703	-0.001351	-9593.088	-0.000112	9593.088	0.000112	30605.703	0.001351	36942.779	0.013238
2	-71740.207	-0.005594	-51435.668	-0.000637	-18653.557	-0.000056	18653.557	0.000056	51435.668	0.000637	71740.207	0.005594

表 4-7 Mφ 限界値 (過去に作成したマクロ)

過去作成マクロ (B)												
ケース	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	Mu(-) (kNm)	φ u(-) (1/m)	My(-) (kNm)	φ y(-) (1/m)	Mc(-) (kNm)	φ c(-) (1/m)	Mc(+) (kNm)	φ c(+) (1/m)	My(+) (kNm)	φ y(+) (1/m)	Mu(+) (kNm)	φ u(+) (1/m)
1	-36947.0	-0.013208	-30598.145	-0.001351	-9592.879	-0.000112	9592.879	0.000112	30598.145	0.001351	36946.952	0.013208
2	-71741.0	-0.005591	-51454.343	-0.000637	-18653.453	-0.000056	18653.453	0.000056	51454.343	0.000637	71741.038	0.005591

表 4-8 Mφ 限界値 (本マクロと過去作成マクロの比)

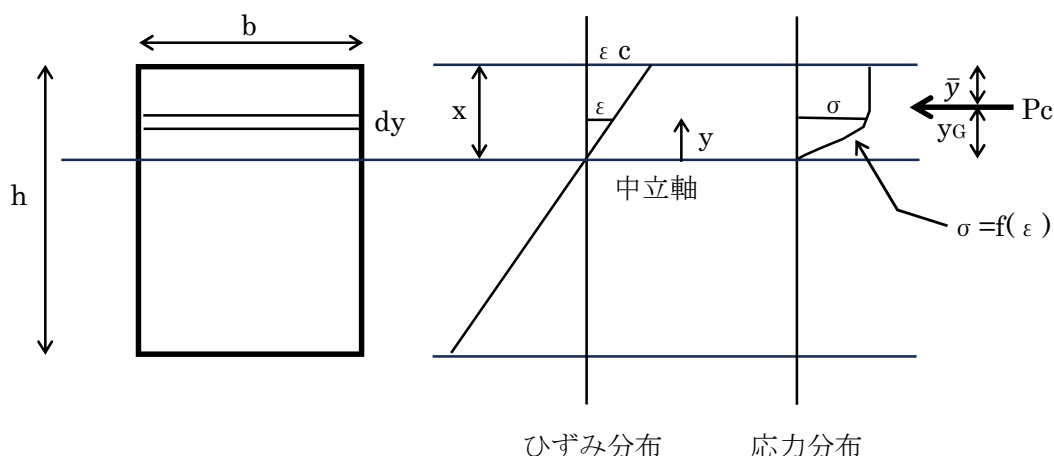
比 (A/B)												
ケース	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	Mu(-) (kNm)	φ u(-) (1/m)	My(-) (kNm)	φ y(-) (1/m)	Mc(-) (kNm)	φ c(-) (1/m)	Mc(+) (kNm)	φ c(+) (1/m)	My(+) (kNm)	φ y(+) (1/m)	Mu(+) (kNm)	φ u(+) (1/m)
1	1.000	1.002	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.002
2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

参考資料 1 コンクリート圧縮応力の合力値 P_c と作用位置 y_G に関して

終局時および降伏時の M_ϕ を算出する際に、コンクリート圧縮応力の合力値 P_c とその作用位置 y_G が必要になる。以下では、コンクリート標準示方書に提示されるコンクリートの応力ひずみ関係（放物線と直線の組み合わせ）を前提として、 P_c および y_G の解析式を導出する。

1. コンクリート圧縮応力の合力値 P_c

参図 1 に、断面仮定を示す。参図 1 では、特に終局時あるいは降伏時を規定しておらず、圧縮縁ひずみ ε_c のときのひずみ分布および応力分布を示すものである。



[記号]

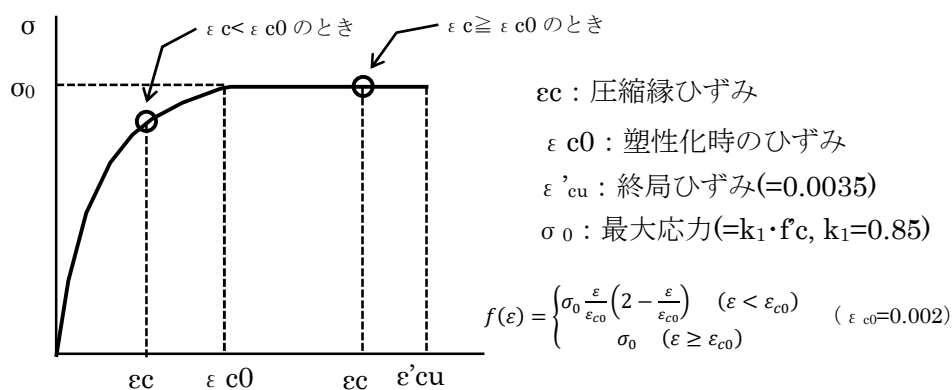
b : 断面幅、 h : 断面高さ、 x : 中立軸位置（圧縮縁からの長さ）、 ε_c : 圧縮縁ひずみ

P_c : コンクリート圧縮応力総和、 $\bar{y}$: コンクリート圧縮応力総和の作用位置（圧縮縁からの距離）

y_G : コンクリート応力総和の作用位置（中立軸からの距離）

$\sigma=f(\varepsilon)$: コンクリートの応力ひずみ関係（参図 2 参照）、 y : 中立軸から上方にとった座標値、 $\varepsilon : y$ におけるひずみ、 $\sigma : y$ におけるコンクリート応力

参図 1 断面仮定



参図 2 コンクリートの応力・ひずみ関係

コンクリート圧縮応力総和 P_c は、次式で表すことができる。

$$P_c = \int_0^x b \cdot dy \cdot \sigma = \int_0^x b f(\varepsilon) dy \quad (\text{参 1})$$

$y=(x/\varepsilon_c) \cdot \varepsilon$ を考慮し、変数 y を ε に置換すれば、 $dy=(x/\varepsilon_c)d\varepsilon$ 、積分範囲が 0 から ε_c になるから、式(参 1)は次式となる。

$$P_c = \frac{bx}{\varepsilon_c} \int_0^{\varepsilon_c} f(\varepsilon) d\varepsilon \quad (\text{参 2})$$

$$\text{ここに、} f(\varepsilon) = \begin{cases} \sigma_0 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \left(2 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}\right) & (\varepsilon < \varepsilon_{c0}) \\ \sigma_0 & (\varepsilon \geq \varepsilon_{c0}) \end{cases} \quad (\varepsilon_{c0}=0.002)$$

$$\sigma_0 = k_1 f'_c \quad (k_1=0.85, f'_c : \text{コンクリート強度})$$

(a) $\varepsilon_c < \varepsilon_{c0}$ のとき

$\varepsilon = \varepsilon_{c0} \cdot t$ と置けば、 $d\varepsilon = \varepsilon_{c0} \cdot dt$ であり、 $r = \varepsilon_c / \varepsilon_{c0}$ を定義すれば、変数 t に関する積分範囲は 0 から r となるから、式(参 2)は、次式となる。

$$P_c = \frac{bx}{\varepsilon_c} \int_0^r \sigma_0 t (2-t) \varepsilon_{c0} dt = bx \sigma_0 \frac{1}{r} \int_0^r t (2-t) dt = bx \sigma_0 \frac{1}{r} \left[t^2 - \frac{t^3}{3} \right]_0^r = \frac{bx \sigma_0}{3} r (3-r) \quad (\text{参 3})$$

(b) $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{c0}$ のとき

$$P_c = \frac{bx}{\varepsilon_c} \int_0^{\varepsilon_{c0}} \sigma_0 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \left(2 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}\right) d\varepsilon + \frac{bx}{\varepsilon_c} \int_{\varepsilon_{c0}}^{\varepsilon_c} \sigma_0 d\varepsilon = I_1 + I_2 \quad (\text{参 4})$$

(a)と同様に、変数 t と r を定義すれば、 I_1 の t に関する積分範囲は、0 から 1 となり、以下のように書ける。

$$I_1 = \frac{bx}{\varepsilon_c} \int_0^1 \sigma_0 t (2-t) \varepsilon_{c0} dt = bx \sigma_0 \frac{1}{r} \int_0^1 t (2-t) dt = bx \sigma_0 \frac{1}{r} \left[t^2 - \frac{t^3}{3} \right]_0^1 = \frac{2bx \sigma_0}{3r} \quad (\text{参 5})$$

I_2 についても、同様に変数 t と r を定義すれば、 I_2 の t に関する積分範囲は、1 から r となり、以下のように書ける。

$$I_2 = bx \sigma_0 \frac{1}{r} \int_1^r dt = bx \sigma_0 \frac{1}{r} [t]_1^r = \frac{bx \sigma_0}{r} (r-1) \quad (\text{参 6})$$

したがって、式(参 4)～(参 6)より、

$$P_c = \frac{2bx \sigma_0}{3r} + \frac{bx \sigma_0}{r} (r-1) = \frac{bx \sigma_0}{3r} (3r-1) \quad (\text{参 7})$$

以上より、 P_c の値は、 $r < 1$ あるいは $r \geq 1$ により、以下の通り表される。

$$P_c = \begin{cases} \frac{bx}{3} r (3-r) & (r < 1) \\ \frac{bx \sigma_0}{3r} (3r-1) & (r \geq 1) \end{cases} \quad (\text{参 8})$$

ここに、 $r = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}$

b : 断面幅、 x : 中立軸位置 (圧縮縁から中立軸までの距離)、 σ_0 : 最大応力 ($=k_1 f'_c$, $k_1=0.85$)、
 ε_c : 圧縮縁におけるひずみ、 ε_{c0} : 塑性化し始めるひずみ ($=0.002$)

式(参 8)により、コンクリート応力総和 P_c を求めることができる。なお、終局時を想定し圧縮縁ひずみ $\varepsilon_c = \varepsilon'_{cu} = 0.0035$ とした場合、 $r=1.75$ となり、 $P_c = 0.8095 \cdot b \cdot k_1 \cdot f'_c \cdot x$ が得られるが、この係数値は、等

価矩形応力ブロック法における $\beta_1=0.8$ とほぼ等しいことがわかる。

2. コンクリート圧縮応力の合力値の作用位置 y_g

中立軸周りのコンクリート応力総和のモーメントの釣合により、次式が成立する。

$$P_c(x - \bar{y}) = \int_0^x b \cdot dy \cdot \sigma \cdot y \quad (\text{参 9})$$

$\bar{y}$ について解けば、次式が得られる。

$$\bar{y} = x - \frac{\int_0^x b \sigma y dy}{P_c} \quad (\text{参 10})$$

ここで、式(参 10)の右辺の積分値を I とし、 $y=(x/\varepsilon_c) \cdot \varepsilon$ 、 $dy=(x/\varepsilon_c)d\varepsilon$ の変数変換を行えば、次式を得る。

$$I = \frac{bx^2}{\varepsilon_c^2} \int_0^{\varepsilon_c} f(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon \quad (\text{参 11})$$

$$\text{ここに、} f(\varepsilon) = \begin{cases} \sigma_0 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \left(2 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}\right) & (\varepsilon < \varepsilon_{c0}) \\ \sigma_0 & (\varepsilon \geq \varepsilon_{c0}) \end{cases}$$

$$\sigma_0 = k_1 f'_c$$

(a) $\varepsilon_c < \varepsilon_{c0}$ のとき

$\varepsilon = \varepsilon_{c0} \cdot t$ と置けば、 $d\varepsilon = \varepsilon_{c0} \cdot dt$ であり、 $r = \varepsilon_c / \varepsilon_{c0}$ を定義すれば、変数 t に関する積分範囲は 0 から r となるから、式(参 11)は、次式となる。

$$I = \frac{bx^2}{\varepsilon_c^2} \sigma_0 \int_0^r t^2 (2 - t) \varepsilon_{c0}^2 dt = bx^2 \sigma_0 \frac{1}{r^2} \left[\frac{2}{3} t^3 - \frac{t^4}{4} \right]_0^r = \frac{bx^2 \sigma_0 r}{12} (8 - 3r) \quad (\text{参 12})$$

(b) $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{c0}$ のとき

$$I = \frac{bx^2}{\varepsilon_c^2} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma_0 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \left(2 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}\right) \varepsilon d\varepsilon + \frac{bx^2}{\varepsilon_c^2} \int_{\varepsilon_{c0}}^{\varepsilon_c} \sigma_0 \varepsilon d\varepsilon = I_1 + I_2$$

(a)と同様に、変数 t と r を定義すれば、 I_1 の t に関する積分範囲は、0 から 1 となり、以下のように書ける。

$$I_1 = \frac{bx^2}{\varepsilon_c^2} \int_0^1 \sigma_0 t^2 (2 - t) \varepsilon_{c0}^2 dt = \frac{bx^2 \sigma_0}{r^2} \left[\frac{2}{3} t^3 - \frac{t^4}{4} \right]_0^1 = \frac{5bx^2 \sigma_0}{12} \quad (\text{参 13})$$

I_2 についても、同様に変数 t と r を定義すれば、 I_2 の t に関する積分範囲は、1 から r となり、以下のように書ける。

$$I_2 = bx^2 \sigma_0 \left(\frac{\varepsilon_{c0}}{\varepsilon_c} \right)^2 \int_1^r t dt = bx^2 \sigma_0 \frac{1}{r^2} \left[\frac{t^2}{2} \right]_1^r = \frac{bx^2 \sigma_0}{2r^2} (r^2 - 1) \quad (\text{参 14})$$

したがって、式 3.10.2(12)～3.10.2(14)より、

$$I = \frac{5bx^2 \sigma_0}{12} + \frac{bx^2 \sigma_0}{2r^2} (r^2 - 1) = \frac{bx^2 \sigma_0}{12r^2} (6r^2 - 1) \quad (\text{参 15})$$

式(参 12)と(参 15)を、(参 10)に代入し、かつ P_c に式(参 8)を用いることにより、 $\bar{y}$ が以下のように表すことができる。

$$\bar{y} = x - \frac{I}{P_c} = \begin{cases} \frac{4-r}{4(3-r)}x & (r < 1) \\ \frac{6r^2-4r+1}{4r(3r-1)}x & (r \geq 1) \end{cases} \quad (\text{参 16})$$

ここに、 $r = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}$

x ：中立軸位置（圧縮縁から中立軸までの距離）、 ε_c ：圧縮縁におけるひずみ、 ε_{c0} ：塑性化し始めるひずみ（=0.002）

式(参 16)により、コンクリート応力総和の作用点位置 $\bar{y}$ を求めることができる。なお、終局時を想定し圧縮縁ひずみ $\varepsilon_c = \varepsilon'_{cu} = 0.0035$ とした場合、 $r = 1.75$ となり、 $\bar{y} = 0.4160x$ が得られるが、この値は等価矩形応力ブロック法における $a/2 = \beta_1 \cdot x/2 = 0.4x$ とほぼ等しいことがわかる。

コンクリート応力総和の作用点位置を、中立軸位置からの距離 y_G で求めると、以下の通りである。

$r < 1$ のとき、

$$y_G = x - \bar{y} = \left\{ 1 - \frac{4-r}{4(3-r)} \right\} x = \frac{8-3r}{4(3-r)} x$$

$r \geq 1$ のとき、

$$y_G = x - \bar{y} = \left\{ 1 - \frac{6r^2-4r+1}{4r(3r-1)} \right\} x = \frac{6r^2-1}{4r(3r-1)} x$$

したがって、

$$y_G = \begin{cases} \frac{8-3r}{4(3-r)}x & (r < 1) \\ \frac{6r^2-1}{4r(3r-1)}x & (r \geq 1) \end{cases} \quad (\text{参 17})$$

3. 終局時および降伏時のコンクリート圧縮応力の合力値 P_c と中立軸周りモーメント M_c

3.1 終局時

終局時の P_c は、式(参 8)の $r \geq 1$ の場合で、 $r = \beta (= \varepsilon_{cu} / \varepsilon_{c0})$ と置けば、次式を得る、

$$P_c = \frac{3\beta-1}{3\beta} \cdot 0.85f_c b x_u \quad (\text{参 18})$$

ここに、 β ：塑性化ひずみに対する終局ひずみの比（ $= \varepsilon_{cu} / \varepsilon_{c0}$ ）

f_c ：コンクリート強度

b ：断面幅

x_u ：終局時の中立軸位置（圧縮縁からの距離）

終局時の M_c は、式(参 17)の $r \geq 1$ の場合で、 $r = \beta$ と置いた y_G を使用し、以下のように求められる。

$$M_c = P_c y_G = \frac{3\beta-1}{3\beta} \cdot 0.85f_c b x_u \cdot \frac{6\beta^2-1}{4\beta(3\beta-1)} x_u = \frac{6\beta^2-1}{12\beta^2} 0.85f_c b x_u^2 \quad (\text{参 19})$$

3.2 降伏時

降伏時の P_c は、式(参 8)を用い、次式で表される。

$$P_c = \begin{cases} \frac{r(3-r)}{3} \cdot 0.85f_c b x_y & (r < 1) \\ \frac{3r-1}{3r} \cdot 0.85f_c b x_y & (r \geq 1) \end{cases} \quad (\text{参 20})$$

ここに、 $r = \varepsilon_c / \varepsilon_{c0}$

ε_c : 降伏時の圧縮縁ひずみ

ε_{c0} : 塑性化時のひずみ (=0.002)

x_y : 降伏時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

降伏時の M_c は、式(参 8)と式(参 17)を用い、以下のように求められる。

$$M_c = P_c y_G = \begin{cases} \frac{r(8-3r)}{12} \cdot 0.85f_c b x_y^2 & (r < 1) \\ \frac{6r^2-1}{12} \cdot 0.85f_c b x_y^2 & (r \geq 1) \end{cases} \quad (\text{参 21})$$

参考資料 2 応力ひずみ関係を線形とした場合の降伏時 $M\phi$ の算出

先の 2.2 において提示した降伏時 $M\phi$ は、コンクリートおよび鉄筋の応力ひずみ関係の非線形性を考慮した。しかしながら、軸力が比較的小さい場合には、コンクリートの非線形性の影響が小さく、線形仮定が許容できることが期待される。

以下では、コンクリートおよび鉄筋の応力ひずみ関係を線形とした場合の降伏曲率および降伏曲げモーメントを算出する。

1. 断面仮定とコンクリート圧縮縁応力および鉄筋応力

参図 2-1 に、コンクリート応力ひずみ線形仮定での降伏時の断面仮定を示す。

参図 2-1 の応力分布を参照し、圧縮縁コンクリート応力 σ_c (圧縮正) は、次式で表される。

$$\frac{\sigma_c}{x_y} = \frac{f_y/n}{d_n - x_y}$$

すなわち、

$$\sigma_c = \frac{x_y}{d_n - x_y} \frac{f_y}{n} \quad (1)$$

ここに、 x_y : 圧縮縁から中立軸位置までの距離

d_n : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離

f_y : 鉄筋降伏強度

n : ヤング係数比 (= E_s/E_c 、 E_s : 鉄筋ヤング係数、 E_c : コンクリートヤング係数)

また、第 i 段目の鉄筋応力 σ_i (引張正) は、次式で表される。

$$\frac{-\sigma_i/n}{x_y - d_i} = \frac{f_y/n}{d_n - x_y}$$

すなわち、

$$\sigma_i = \frac{d_i - x_y}{d_n - x_y} f_y \quad (2)$$

ここに、 d_i : 第 i 段目の鉄筋の被り (圧縮縁からの距離)

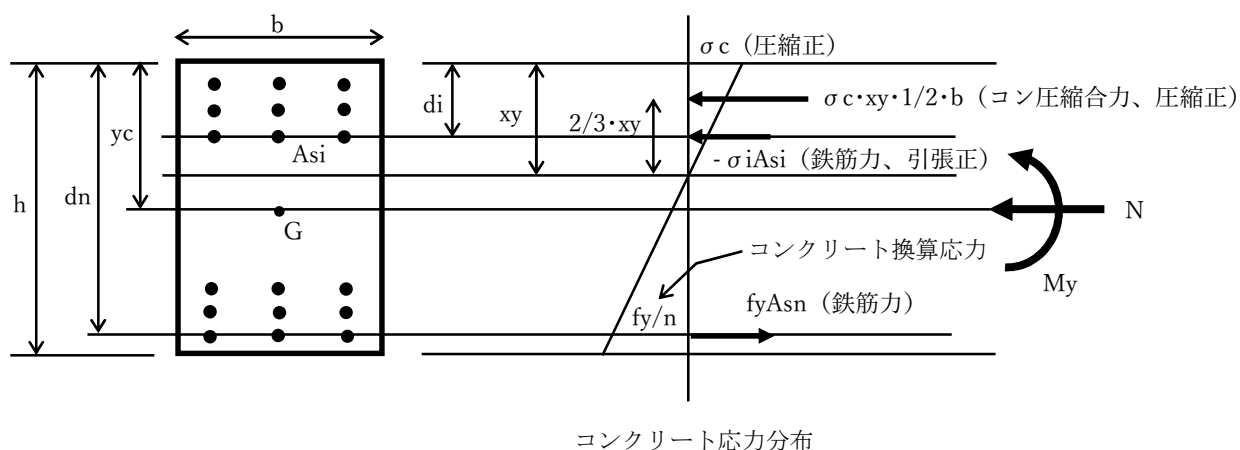
2. 中立軸比 k_y の算出

降伏時の中立軸比 k_y を求めるために、鉄筋およびコンクリートの軸方向応力と軸力 N (圧縮正) の釣り合い式を考慮する。すなわち、軸力値と鉄筋およびコンクリートによる軸応力の総和を等値すれば、次式が得られる。

$$N = \sum_{i=1}^n (-\sigma_i A_{si}) + \frac{1}{2} b \sigma_c x_y \quad (3)$$

式(3)に、式(1)および(2)を代入し、中立軸位置 x_y に関して整理すれば、次式を得る。

$$b f_y x_y^2 + 2n(f_y \sum A_{si} + N)x_y - 2n(f_y \sum d_i A_{si} + N d_n) = 0 \quad (4)$$



【記号】

h : 断面高さ

b : 断面幅

dn : 圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離 (n は全鉄筋段数)

yc : 圧縮縁から軸力作用位置までの距離 ($=h/2$)

di : 第 i 段鉄筋の被り (圧縮縁からの距離)

A_{si} : 第 i 段鉄筋の鉄筋量

xy : 降伏時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

ky : 降伏時の中立軸比 ($=xy/dn$)

σ_c : コンクリートの圧縮縁応力 (正值)

σ_i : 第 i 段の鉄筋応力 (引張正)

f_c : コンクリート圧縮強度

f_y : 鉄筋降伏強度

E_c : コンクリートヤング係数

E_s : 鉄筋ヤング係数

n : ヤング係数比 ($=E_s/E_c$) (全鉄筋段数と同じ記号なので注意)

N : 軸力 (圧縮正)

M_y : 降伏曲げモーメント (下面側引張正)

参図 2-1 降伏時の断面仮定 (コンクリート応力ひずみを線形仮定)

式(4)の両辺に、 $1/(b \cdot d_n^2 \cdot f_y)$ を乗じて、以下の無次元量を定義する。

$$k_y = \frac{x_y}{d_n} \quad (\text{降伏時の中立軸比})$$

$$p_i = \frac{A_{si}}{b d_n} \quad (\text{第 } i \text{ 段鉄筋の鉄筋比})$$

$$\bar{N} = \frac{N}{b d_n f_y} \quad (\text{無次元化軸力})$$

$$\gamma_i = \frac{d_i}{d_n} \quad (\text{圧縮縁から最外引張鉄筋までの距離 } d_n \text{ に対する第 } i \text{ 段鉄筋の被り } d_i \text{ の比})$$

このとき、式(4)より、以下に示す k_y に関する 2 次方程式が得られる。

$$k_y^2 + 2n(\sum_i p_i + \bar{N})k_y - 2n(\sum_i p_i \gamma_i + \bar{N}) = 0 \quad (5)$$

式(5)を、 k_y について解けば、次式を得る。

$$k_y = -n(\sum p_i + \bar{N}) + \sqrt{n^2(\sum p_i + \bar{N})^2 + 2n(\sum p_i \gamma_i + \bar{N})} \quad (6)$$

式(6)を使用し、降伏時の中立軸比 k_y が、鉄筋比 p_i 、鉄筋被りパラメータ γ_i 、ヤング係数比 n および無次元化軸力 $\bar{N}$ により求めることができる。

式(6)より、中立軸位置 x_y および降伏曲率 ϕ_y が、次式で得られる。

$$x_y = k_y d_n \quad (7)$$

$$\phi_y = \frac{\varepsilon_y}{d_n - x_y} \quad (8)$$

ここに、 ε_y : 鉄筋降伏ひずみ ($=f_y/E_s$)

3. 降伏曲げモーメント M_y の算出

降伏曲げモーメントを求めるために、中立軸周りのモーメントの釣り合いを考慮する。すなわち、曲げモーメントと軸力による中立軸周りのモーメントと、鉄筋応力およびコンクリート応力の中立軸周りのモーメントの総和を等値すれば、次式が得られる。

$$M_y - N(y_c - x_y) = \sum_i (-\sigma_i A_{si})(x_y - d_i) + \frac{1}{2} b \sigma_c x_y^2 \quad (9)$$

式(9)に、式(1)および(2)を代入し、降伏曲げモーメント M_y に関して解けば、次式を得る。

$$M_y = \sum_i \frac{(x_y - d_i)^2}{d_n - x_y} f_y A_{si} + \frac{1}{3} b \frac{x_y^3}{d_n - x_y} \frac{f_y}{n} + N(y_c - x_y) \quad (10)$$

ここに、 x_y : 中立軸位置 (式(7)による)

d_i : 第 i 段鉄筋の被り (圧縮縁からの距離)

d_n : 最外引張鉄筋の被り (圧縮縁からの距離)

f_y : 鉄筋降伏強度

A_{si} : 第 i 段鉄筋の鉄筋量

b : 断面幅

n : ヤング係数比 ($=E_s/E_c$)

N : 軸力 (圧縮正)、 y_c : 圧縮縁から軸力作用位置までの距離 ($=h/2$)

4. 試算例

表 4-1 と同一の計算条件で、応力ひずみ関係を線形とした場合の降伏時 $M\phi$ を算出した。

参表 2-1 に、算出結果を示す。

同表によれば、本ケースで応力ひずみ関係を線形とした場合、非線形とした場合に比べ、降伏曲げモーメントについては 5%程度大きい値、また降伏曲率については 7%程度小さい値を示している。

参表 2-1 降伏時の $M\phi$ 算出（線形と非線形の比較）

応力ひずみ 線形 (A)			応力ひずみ 非線形 (B)			比 (A/B)		
ケース	降伏(正側)		ケース	降伏(正側)		ケース	降伏(正側)	
	My(+) (kNm)	$\phi_y(+)$ (1/m)		My(+) (kNm)	$\phi_y(+)$ (1/m)		My(+) (kNm)	$\phi_y(+)$ (1/m)
1	796.047	0.004435	1	760.636	0.004740	1	1.047	0.936
2	815.396	0.004472	2	777.895	0.004792	2	1.048	0.933
3	842.291	0.004523	3	801.761	0.004864	3	1.051	0.930
4	771.888	0.004389	4	738.985	0.004675	4	1.045	0.939
5	790.586	0.004425	5	755.754	0.004725	5	1.046	0.936
6	812.106	0.004466	6	774.965	0.004783	6	1.048	0.934