

# エクセル表計算による複鉄筋矩形断面の $M\phi$ 限界値算出

日中構造研究所 松原勝己

同上 朴 永軍

## 1. はじめに

先に、「分割法による矩形 RC 断面の  $M\phi$  限界値計算」において、梁要素の曲げ非線形特性を求めるエクセルマクロを示した。そこでは、道路橋示方書・耐震設計編等で提示される分割法を使用し、作用断面力と直応力との釣り合い式を繰り返し計算によって解くことで  $M\phi$  限界値を求めた。この方法は、矩形断面以外の断面形状や多段配筋への適用が容易な点で手法としての柔軟性を有しているが、繰り返し計算が必要となるために、算出過程においてマクロ (VBA) を使用していた。

一方で、RC 梁構造の耐震計算で多用される複鉄筋矩形断面に対しては、 $M\phi$  限界値を算定する過程において現れる中立軸算定式が、3 次、2 次あるいは 1 次の代数方程式で表すことができる。これらの方程式は解の公式によって求解が可能なので、マクロを使用せずにエクセル表計算によって  $M\phi$  算出を実装できると考えられる。

以下では、 $M\phi$  限界値、ひび割れ時、降伏時および終局時における曲げモーメントおよび曲率を、表計算によって求めるエクセルファイルを作成したので、計算の前提とする解析式や入出力方法について記載する。

なお、掲載したエクセルは自由に使用していただいて結構ですが、結果の妥当性判断は使用者に委ねることとします。

## 2. $M\phi$ 限界値の算出式

$M\phi$  限界値の算出に使用した解析式を、以下に示す。

以下の解析式では、コンクリートの応力ひずみ関係として、コンクリート標準示方書あるいは道路橋示方書・コンクリート橋編に示される放物線と直線を組み合わせたもの（塑性時圧縮ひずみ 0.002、終局時圧縮ひずみ 0.0035）、また鉄筋の応力ひずみ関係として、バイリニア（降伏まで線形で降伏以後は降伏強度の一定値）を仮定した。ただし、ひび割れ時については、コンクリートおよび鉄筋の応力ひずみ関係を線形と仮定した。

終局時はコンクリート圧縮縁が圧縮ひずみ 0.0035 に達したときとし、また終局時には引張鉄筋が降伏しているものとし、引張鉄筋降伏に先行して終局に達するモードは考慮しないこととする。

降伏時は引張鉄筋が鉄筋降伏ひずみに達したときとし、またひび割れ時はコンクリート引張縁がコンクリート引張強度に達した時点とした。

なお、各解析式の導出の詳細については、先に掲載した記事「複鉄筋矩形 RC 断面の照査用エクセルマクロに関して」を参照されたい。

各解析式で使用する記号の意味を、以下に示す。

ku : 終局時の中立軸比、xu : 終局時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

Mu : 終局時の曲げモーメント

ky : 降伏時の中立軸比、xy : 降伏時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

My : 降伏時の曲げモーメント

kc : ひび割れ時の中立軸比、xc : ひび割れ時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

Mc : ひび割れ時の曲げモーメント

$\epsilon_{c0'}$  : コンクリートの塑性時ひずみ (=0.002)、 $\epsilon_{cu'}$  : コンクリートの終局ひずみ (=0.0035)

$\epsilon_y$  : 鉄筋の降伏ひずみ、 $f_y$  : 鉄筋の降伏強度、 $f_c'$  : コンクリート強度

Es : 鉄筋ヤング係数、Ec : コンクリートヤング係数、As1 : 引張鉄筋量、As2 : 圧縮鉄筋量、

d2 : 圧縮鉄筋かぶり、b : 部材幅、d1 : 有効高、h : 部材高さ、N' : 軸力 (圧縮正)、

yt : 図心位置 (断面中心  $y_t=d1 \cdot h/2$  とした) から引張鉄筋までの距離

## 2.1 終局時の Mφ

### 2.1.1 圧縮鉄筋が未降伏の場合 (mode1)

圧縮鉄筋が未降伏のとき、終局時の中立軸比  $k_u$ 、曲げモーメント  $M_u$  および曲率  $\phi_u$  は、次式で表される。

$$k_u = \frac{-3(\delta\psi_2 - \psi_1 - \bar{N}') + \sqrt{9(\delta\psi_2 - \psi_1 - \bar{N}')^2 + 12(3-\beta)\delta\psi_2\gamma}}{2(3-\beta)} \quad (1)$$

$$M_u = \bar{M}_u \cdot 0.85f_c'bd_1^2$$

$$\bar{M}_u = \frac{2}{3}\beta k_u \left(1 - \frac{8-5\beta}{8}k_u\right) + (1-\beta)k_u \left(1 - \frac{1-\beta}{2}k_u\right) + \frac{k_u-\gamma}{k_u}\delta\psi_2(1-\gamma) - \bar{N}'\frac{y_t}{d_1} \quad (2)$$

$$\phi_u = \frac{\epsilon_{cu'}}{x_u} \quad (3)$$

ここに、

$$k_u = \frac{x_u}{d_1}, \quad \beta = \frac{\epsilon_{c0'}}{\epsilon_{cu'}}, \quad \epsilon_{cu'} = 0.0035, \quad \epsilon_{c0'} = 0.002, \quad \delta = \frac{\epsilon_{cu'}}{\epsilon_y}, \quad \epsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$$

$$\psi_1 = \frac{f_y A_{s1}}{0.85f_c'bd_1}, \quad \psi_2 = \frac{f_y A_{s2}}{0.85f_c'bd_1}, \quad \gamma = \frac{d_2}{d_1}, \quad \bar{N}' = \frac{N'}{0.85f_c'bd_1}, \quad y_t = d_1 - \frac{h}{2}$$

なお、圧縮鉄筋が圧縮降伏も引張降伏もしないための付帯条件として、以下が成立する必要がある。

$$\frac{\gamma\delta}{\delta+1} < k_u < \frac{\gamma\delta}{\delta-1} \quad (4)$$

### 2.1.2 圧縮鉄筋が圧縮降伏する場合 (mode2)

圧縮鉄筋が圧縮降伏するとき、終局時の中立軸比  $k_u$ 、曲げモーメント  $M_u$  および曲率  $\phi_u$  は、次式で表される。

$$k_u = \frac{3(\psi_1 - \psi_2 + \bar{N}')}{3-\beta} \quad (5)$$

$$M_u = \bar{M}_u \cdot 0.85f_c'bd_1^2$$

$$\bar{M}_u = \frac{2}{3}\beta k_u \left(1 - \frac{8-5\beta}{8}k_u\right) + (1-\beta)k_u \left(1 - \frac{1-\beta}{2}k_u\right) + \psi_2(1-\gamma) - \bar{N}'\frac{y_t}{d_1} \quad (6)$$

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cu}'}{x_u} \quad (7)$$

ここに、

$$k_u = \frac{x_u}{d_1}, \quad \beta = \frac{\varepsilon_{c0}'}{\varepsilon_{cu}'}, \quad \varepsilon_{cu}' = 0.0035, \quad \varepsilon_{c0}' = 0.002,$$

$$\psi_1 = \frac{f_y A_{S1}}{0.85 f_c' b d_1}, \quad \psi_2 = \frac{f_y A_{S2}}{0.85 f_c' b d_1}, \quad \gamma = \frac{d_2}{d_1}, \quad \bar{N}' = \frac{N'}{0.85 f_c' b d_1}, \quad y_t = d_1 - \frac{h}{2}$$

なお、圧縮鉄筋が圧縮降伏するための付帯条件として、以下が成立する必要がある。

$$k_u \geq \frac{\gamma \delta}{\delta - 1} \quad (8)$$

### 2.1.3 圧縮鉄筋が引張降伏する場合 (mode3)

圧縮鉄筋が引張降伏するとき、終局時の中立軸比  $k_u$ 、曲げモーメント  $M_u$  および曲率  $\phi_u$  は、次式で表される。

$$k_u = \frac{3(\psi_1 + \psi_2 + \bar{N}')}{3 - \beta} \quad (9)$$

$$M_u = \bar{M}_u \cdot 0.85 f_c' b d_1^2$$

$$\bar{M}_u = \frac{2}{3} \beta k_u \left(1 - \frac{8 - 5\beta}{8} k_u\right) + (1 - \beta) k_u \left(1 - \frac{1 - \beta}{2} k_u\right) - \psi_2 (1 - \gamma) - \bar{N}' \frac{y_t}{d_1} \quad (10)$$

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cu}'}{x_u} \quad (11)$$

ここに、

$$k_u = \frac{x_u}{d_1}, \quad \beta = \frac{\varepsilon_{c0}'}{\varepsilon_{cu}'}, \quad \varepsilon_{cu}' = 0.0035, \quad \varepsilon_{c0}' = 0.002,$$

$$\psi_1 = \frac{f_y A_{S1}}{0.85 f_c' b d_1}, \quad \psi_2 = \frac{f_y A_{S2}}{0.85 f_c' b d_1}, \quad \gamma = \frac{d_2}{d_1}, \quad \bar{N}' = \frac{N'}{0.85 f_c' b d_1}, \quad y_t = d_1 - \frac{h}{2}$$

なお、圧縮鉄筋が引張降伏するための付帯条件として、以下が成立する必要がある。

$$k_u \leq \frac{\gamma \delta}{\delta + 1} \quad (12)$$

### 2.1.4 釣合軸力

先に記したように、終局時の破壊モードとして鉄筋降伏前に圧縮縁で終局ひずみに達する（圧壊先行）ことは考慮していないので、釣合軸力（圧縮縁で終局ひずみに達すると同時に引張鉄筋が降伏するときの軸力）以下の軸力を仮定していることになる。

以下では、断面諸元によって定まる釣合軸力の算出式を示す。

#### (1) 圧縮鉄筋が未降伏の場合 (mode1)

圧縮鉄筋が未降伏のとき、釣合時の中立軸比  $k_b$ 、軸力  $N_b$  および曲げモーメント  $M_b$  は、次式で表

される。

$$k_b = \frac{\delta}{1+\delta} \quad (13)$$

$x_b = k_b d_1$  (釣合時の圧縮縁から中立軸までの距離、 $d_1$ :有効高)

$$\bar{N}_b = \frac{2}{3}\beta k_b + (1-\beta)k_b + \frac{k_b-\gamma}{k_b}\delta\psi_2 - \psi_1 \quad (14)$$

$$N_b = \bar{N}_b \cdot 0.85f'_c b d_1$$

$$\bar{M}_b = \frac{2}{3}\beta k_b \left(1 - \frac{8-5\beta}{8}k_b\right) + (1-\beta)k_b \left(1 - \frac{1-\beta}{2}k_b\right) + \delta\psi_2 \frac{k_b-\gamma}{k_b}(1-\gamma) - \bar{N}_b \frac{y_t}{d_1} \quad (15)$$

$$M_b = \bar{M}_b \cdot 0.85f'_c b d_1^2$$

$$\text{ここに、} \delta = \frac{\varepsilon_{cu}'}{\varepsilon_y}, \beta = \frac{\varepsilon_{co}'}{\varepsilon_{cu}}, \gamma = \frac{d_2}{d_1} \cdot \psi_1 = \frac{f_y A_{S1}}{0.85 f'_c b d_1} \cdot \psi_2 = \frac{f_y A_{S2}}{0.85 f'_c b d_1}$$

なお、付帯条件として、以下が成立する必要がある。

$$k_b < \frac{\gamma\delta}{\delta-1} \quad (16)$$

## (2) 圧縮鉄筋が降伏する場合 (mode2)

圧縮鉄筋が降伏するとき、釣合時の中立軸比  $k_b$ 、軸力  $N_b$  および曲げモーメント  $M_b$  は、次式で表される。

$$k_b = \frac{\delta}{1+\delta} \quad (17)$$

$x_b = k_b d_1$  (釣合時の圧縮縁から中立軸までの距離、 $d_1$ :有効高)

$$\bar{N}_b = \frac{2}{3}\beta k_b + (1-\beta)k_b + \psi_2 - \psi_1 \quad (18)$$

$$N_b = \bar{N}_b \cdot 0.85f'_c b d_1$$

$$\bar{M}_b = \frac{2}{3}\beta k_b \left(1 - \frac{8-5\beta}{8}k_b\right) + (1-\beta)k_b \left(1 - \frac{1-\beta}{2}k_b\right) + \psi_2(1-\gamma) - \bar{N}_b \frac{y_t}{d_1} \quad (19)$$

$$M_b = \bar{M}_b \cdot 0.85f'_c b d_1^2$$

$$\text{ここに、} \delta = \frac{\varepsilon_{cu}'}{\varepsilon_y}, \beta = \frac{\varepsilon_{co}'}{\varepsilon_{cu}}, \gamma = \frac{d_2}{d_1} \cdot \psi_1 = \frac{f_y A_{S1}}{0.85 f'_c b d_1} \cdot \psi_2 = \frac{f_y A_{S2}}{0.85 f'_c b d_1}$$

なお、付帯条件として、以下が成立する必要がある。

$$k_b \geq \frac{\gamma\delta}{\delta-1} \quad (20)$$

## 2.2 降伏時の $M\phi$

### 2.2.1 圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降伏の場合 (mode1)

圧縮縁ひずみが 0.002 未満 (コンクリート圧縮域が塑性領域に達していない) でかつ圧縮鉄筋が未降伏のとき、降伏時の中立軸比  $k_y$  に関する方程式、降伏時曲げモーメント  $M_y$  および降伏時曲率  $\phi_y$  は、次式で表される。

$$\alpha(\alpha + 3)k_y^3 + 3(\psi_1 + \psi_2 + \bar{N}' - \alpha)k_y^2 - 3\{2(\psi_1 + \bar{N}') + \psi_2(1 + \gamma)\}k_y + 3(\psi_1 + \bar{N}' + \psi_2\gamma) = 0 \quad (21)$$

$$M_y = \bar{M}_y \cdot 0.85f'_c b d_1^2$$

$$\bar{M}_y = \frac{k_y \varepsilon'_c}{3 \varepsilon'_{c0}} \left( 3 - \frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon'_{c0}} \right) \left\{ 1 - \frac{4 - \frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon'_{c0}}}{4 \left( 3 - \frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon'_{c0}} \right)} k_y \right\} + \frac{k_y - \gamma}{1 - k_y} \psi_2 (1 - \gamma) - \bar{N}' \frac{y_t}{d_1} \quad (22)$$

$$\frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon'_{c0}} = \frac{\alpha k_y}{1 - k_y}$$

$$\varphi_y = \frac{1}{d_1 - x_y} \cdot \frac{f_y}{E_S} \quad (23)$$

ここに、

$$k_y = \frac{x_y}{d_1} \quad , \quad \alpha = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon'_{c0}} \quad , \quad \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_S} \quad , \quad \varepsilon'_{c0} = 0.002 \quad , \quad \psi_1 = \frac{f_y A_{S1}}{0.85 f'_c b d_1} \quad , \quad \psi_2 = \frac{f_y A_{S2}}{0.85 f'_c b d_1} \quad ,$$

$$\gamma = \frac{d_2}{d_1} \quad , \quad \bar{N}' = \frac{N'}{0.85 f'_c b d_1} \quad , \quad y_t = d_1 - \frac{h}{2}$$

なお、本ケースの付帯条件として、以下が成立する必要がある。

$$k_y < \frac{1}{1 + \alpha} \quad \text{および} \quad k_y < \frac{1 + \gamma}{2} \quad (24)$$

## 2.2.2 圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が降伏している場合 (mode2)

圧縮縁ひずみが 0.002 未満（コンクリート圧縮域が塑性領域に達していない）でかつ圧縮鉄筋が降伏しているとき、降伏時の中立軸比  $k_y$  に関する方程式、降伏時曲げモーメント  $M_y$  および降伏時曲率  $\phi_y$  は、次式で表される。

$$\alpha(\alpha + 3)k_y^3 + 3(\psi_1 - \psi_2 + \bar{N}' - \alpha)k_y^2 - 6(\psi_1 - \psi_2 + \bar{N}')k_y + 3(\psi_1 - \psi_2 + \bar{N}') = 0 \quad (25)$$

$$M_y = \bar{M}_y \cdot 0.85f'_c b d_1^2$$

$$\bar{M}_y = \frac{k_y \varepsilon'_c}{3 \varepsilon'_{c0}} \left( 3 - \frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon'_{c0}} \right) \left\{ 1 - \frac{4 - \frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon'_{c0}}}{4 \left( 3 - \frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon'_{c0}} \right)} k_y \right\} + \psi_2 (1 - \gamma) - \bar{N}' \frac{y_t}{d_1} \quad (26)$$

$$\frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon'_{c0}} = \frac{\alpha k_y}{1 - k_y}$$

$$\varphi_y = \frac{1}{d_1 - x_y} \cdot \frac{f_y}{E_S} \quad (27)$$

ここに、

$$k_y = \frac{x_y}{d_1} \quad , \quad \alpha = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon'_{c0}} \quad , \quad \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_S} \quad , \quad \varepsilon'_{c0} = 0.002 \quad , \quad \psi_1 = \frac{f_y A_{S1}}{0.85 f'_c b d_1} \quad , \quad \psi_2 = \frac{f_y A_{S2}}{0.85 f'_c b d_1} \quad ,$$

$$\gamma = \frac{d_2}{d_1} \quad , \quad \bar{N}' = \frac{N'}{0.85 f'_c b d_1} \quad , \quad y_t = d_1 - \frac{h}{2}$$

なお、本ケースの付帯条件として、以下が成立する必要がある。

$$k_y < \frac{1}{1 + \alpha} \quad \text{および} \quad k_y \geq \frac{1 + \gamma}{2} \quad (28)$$

### 2.2.3 圧縮縁ひずみが 0.002 以上でかつ圧縮鉄筋が未降伏の場合 (mode3)

圧縮縁ひずみが 0.002 以上（コンクリート圧縮域が塑性領域に達する）でかつ圧縮鉄筋が未降伏のとき、降伏時の中立軸比  $k_y$ 、降伏時曲げモーメント  $M_y$  および降伏時曲率  $\phi_y$  は、次式で表される。

$$k_y = \frac{2+3\alpha(1+\psi_1+\psi_2+\bar{N}')-\sqrt{\{2+3\alpha(1+\psi_1+\psi_2+\bar{N}')\}^2-4(1+3\alpha)\{1+3\alpha(\psi_1+\psi_2\gamma+\bar{N}')\}}}{2(1+3\alpha)} \quad (29)$$

$$M_y = \bar{M}_y \cdot 0.85f'_c b d_1^2$$

$$\bar{M}_y = \frac{1}{12} \frac{8\alpha+5}{\alpha^2} (1-k_y)^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha^2} \{(1+\alpha)k_y - 1\} \{(1+2\alpha) - (1+\alpha)k_y\} + \frac{k_y-\gamma}{1-k_y} \psi_2(1-\gamma) - \bar{N}' \frac{y_t}{d_1} \quad (30)$$

$$\phi_y = \frac{1}{d_1-x_y} \cdot \frac{f_y}{E_S} \quad (31)$$

ここに、

$$k_y = \frac{x_y}{d_1} \quad , \quad \alpha = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{c0}'} \quad , \quad \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_S} \quad , \quad \varepsilon_{c0}' = 0.002 \quad , \quad \psi_1 = \frac{f_y A_{S1}}{0.85 f'_c b d_1}$$

$$\psi_2 = \frac{f_y A_{S2}}{0.85 f'_c b d_1} \quad , \quad \gamma = \frac{d_2}{d_1} \quad , \quad \bar{N}' = \frac{N'}{0.85 f'_c b d_1} \quad , \quad y_t = d_1 - \frac{h}{2}$$

なお、本ケースの付帯条件として、以下が成立する必要がある。

$$k_y \geq \frac{1}{1+\alpha} \quad \text{および} \quad k_y < \frac{1+\gamma}{2} \quad (32)$$

### 2.2.4 圧縮縁ひずみが 0.002 以上でかつ圧縮鉄筋が降伏している場合 (mode4)

圧縮縁ひずみが 0.002 以上（コンクリート圧縮域が塑性領域に達する）でかつ圧縮鉄筋が降伏しているとき、降伏時の中立軸比  $k_y$ 、降伏時曲げモーメント  $M_y$  および降伏時曲率  $\phi_y$  は、次式で表される。

$$k_y = \frac{1+3\alpha(\psi_1-\psi_2+\bar{N}')}{1+3\alpha} \quad (33)$$

$$M_y = \bar{M}_y \cdot 0.85f'_c b d_1^2$$

$$\bar{M} = \frac{1}{12} \frac{8\alpha+5}{\alpha^2} (1-k_y)^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha^2} \{(1+\alpha)k_y - 1\} \{(1+2\alpha) - (1+\alpha)k_y\} + \psi_2(1-\gamma) - \bar{N}' \frac{y_t}{d_1} \quad (34)$$

$$\phi_y = \frac{1}{d_1-x_y} \cdot \frac{f_y}{E_S} \quad (35)$$

ここに、

$$k_y = \frac{x_y}{d_1} \quad , \quad \alpha = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{c0}'} \quad , \quad \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_S} \quad , \quad \varepsilon_{c0}' = 0.002 \quad , \quad \psi_1 = \frac{f_y A_{S1}}{0.85 f'_c b d_1}$$

$$\psi_2 = \frac{f_y A_{S2}}{0.85 f'_c b d_1} \quad , \quad \gamma = \frac{d_2}{d_1} \quad , \quad \bar{N}' = \frac{N'}{0.85 f'_c b d_1} \quad , \quad y_t = d_1 - \frac{h}{2}$$

なお、本ケースの付帯条件として、以下が成立する必要がある。

$$k_y \geq \frac{1}{1+\alpha} \quad \text{および} \quad k_y \geq \frac{1+\gamma}{2} \quad (36)$$

## 2.3 ひび割れ時の $M\phi$

ひび割れ曲げモーメント  $M_c$  およびひび割れ曲率  $\phi_c$  は、道路橋示方書・耐震設計編に提示される方法によって算出する。

ひび割れ曲げモーメント  $M_c$  は、次式で表される。

$$M_c = W_c \left( f_t + \frac{N}{A_c} \right) \quad (37)$$

ここに、 $W_c$ ：鉄筋を考慮した換算断面係数 (m<sup>3</sup>)

$f_t$ ：コンクリート引張強度 (kN/m<sup>2</sup>) (=0.23f<sub>ck</sub><sup>2/3</sup>×1000)

f<sub>ck</sub>：コンクリート設計基準強度 (N/mm<sup>2</sup>)

$A_c$ ：鉄筋を考慮した換算断面積 (m<sup>2</sup>)

N：軸力 (kN)

複鉄筋矩形断面に対する換算断面係数  $W_c$  および換算断面積  $A_c$  は、次式で表される。

$$W_c = \frac{I_c}{h-y_c} \quad (38)$$

$$A_c = bh + n(A_{s1} + A_{s2}) \quad (39)$$

ここに、 $I_c$ ：鉄筋を考慮した図心周りの断面 2 次モーメント (m<sup>4</sup>)

$$I_c = \frac{1}{3}b(y_c^3 + y_t^3) + n\{A_{s1}(d_1 - y_c)^2 + A_{s2}(y_c - d_2)^2\} \quad (40)$$

h：部材高さ (m)

b：部材幅 (m)

$A_{s1}$ ：引張鉄筋断面積 (m<sup>2</sup>)

$A_{s2}$ ：圧縮鉄筋断面積 (m<sup>2</sup>)

$y_c$ ：圧縮縁から図心位置までの距離 (m)

$y_t$ ：引張縁から図心位置までの距離 (=h- $y_c$ ：終局時、降伏時と定義が異なるので注意)

$d_1$ ：有効高 (m)

$d_2$ ：圧縮鉄筋かぶり (m)

n：ヤング係数比 (n=Es/Ec)

Es：鉄筋ヤング係数(kN/m<sup>2</sup>)

Ec：コンクリートヤング係数 (kN/m<sup>2</sup>)

ひび割れ曲率  $\phi_c$  (1/m) は、次式で表される。

$$\phi_c = \frac{M_c}{E_c I_c} \quad (41)$$

式(37)によるひび割れ時曲げモーメント  $M_c$  の算出は、コンクリートおよび鉄筋の両者の剛性を考慮し、軸力が断面図心位置に作用すると仮定している。同様の仮定での  $M_c$  の算出は、ひずみ分布の直線性と応力ひずみ関係の線形性を前提とした断面仮定のもとに、断面力と内部発生応力の釣合式によっても求めることが可能である。その具体的手順については、参考資料に掲載した。上記式(37)による  $M_c$  と参考資料に示した方法による  $M_c$  が一致することについては、数値計算により確認している。

### 3. ひび割れ時 $M\phi$ の調整に関して

引張鉄筋比が小さい RC 断面の場合、降伏時曲げモーメント  $M_y$  がひび割れ時曲げモーメント  $M_c$  よりも小さくなることがある。この場合、本エクセルでは降伏点の  $M\phi$  関係を原点側に延長し、 $M\phi$  関係の初期勾配と交わる点を新たなひび割れ時  $M\phi$  に調整することとした。

$M\phi$  関係の調整に関する概念図を、図 3-1 に示す。

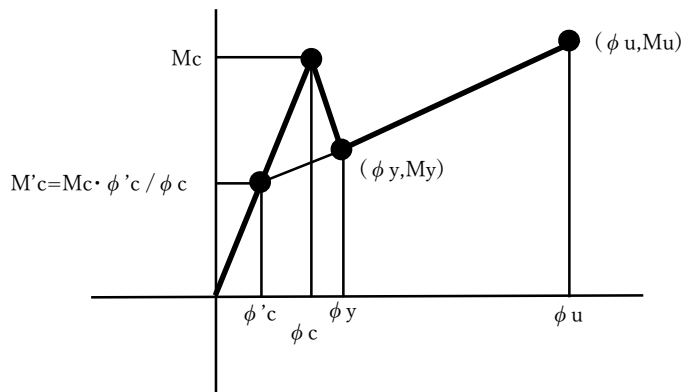


図 3-1  $M\phi$  関係の調整

図 3-1 に示すように、調整前の  $M\phi$  関係、 $(\phi_c, M_c)$ 、 $(\phi_y, M_y)$  および  $(\phi_u, M_u)$  から調整後のひび割れ点  $(\phi'_c, M'_c)$  を求める。

$M_y$  から  $M_u$  まで、また 0 から  $M_c$  までの  $M\phi$  関係を式で表すと、以下の通りである。

$$M = \frac{M_u - M_y}{\phi_u - \phi_y} (\phi - \phi_y) + M_y \quad (1)$$

$$M = \frac{M_c}{\phi_c} \phi \quad (2)$$

上記の(1)と(2)を連立し、2つの直線の交点を求めると、その交点の  $(\phi, M)$  が調整後の  $(\phi'_c, M'_c)$  となる。

以上から、 $\phi'_c$  および  $M'_c$  は、次式で得られる。

$$\phi'_c = K \cdot \phi_c \quad (3)$$

$$M'_c = K \cdot M_c \quad (4)$$

$$K = \frac{(M_u - M_y)\phi_y - M_y(\phi_u - \phi_y)}{(M_u - M_y)\phi_c - M_c(\phi_u - \phi_y)} \quad (5)$$

ここに、 $\phi'_c$  : 調整後のひび割れ曲率

$M'_c$  : 調整後のひび割れ曲げモーメント

$\phi_c, M_c$  : 調整前のひび割れ時  $M\phi$

$\phi_y, M_y$  : 降伏時  $M\phi$

$\phi_u, M_u$  : 終局時  $M\phi$

#### 4. 3次方程式の解

降伏時の  $M\phi$  限界値を求める際、中立軸算定式が3次方程式になる場合がある。本エクセルでは、表計算により求解を行うために、3次方程式の解の公式（カルダノの方法）を用いた。以下に、3次方程式の解を示す。

中立軸比  $k$  に関する方程式が、式(1)の3次方程式で表されるものとする。

$$k^3 + Ak^2 + Bk + C = 0 \quad (1)$$

式(1)において、 $k=k'-A/3$  に置き換えれば、次式を得る。

$$k'^3 + Pk' + Q = 0 \quad (2)$$

ここに、  $P = -\frac{A^2}{3} + B$  (2a)

$$Q = \frac{2}{27}A^3 - \frac{AB}{3} + C \quad (2b)$$

3次方程式(2)は、解の公式が得られており、式(1)の解を以下の通り求めることができる(\*)。判別式  $D$  の符号により、以下の2通りの実数解が存在する。

$$(1) D = \left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3 > 0 \quad \text{のとき}$$

1個の実数解が存在し（他の2個は複素数解）、式(1)の解が次式で表される。

$$k_1 = \sqrt[3]{r_1} + \sqrt[3]{r_2} - \frac{A}{3} \quad (3)$$

ここに、  $r_1 = -\frac{Q}{2} + \sqrt{\left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3}$  (3a)

$$r_2 = -\frac{Q}{2} - \sqrt{\left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3} \quad (3b)$$

$$(2) D = \left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3 \leq 0 \quad \text{のとき}$$

3個の実数解が存在し、式(1)の解が次式で得られる。特に、 $D=0$  のとき、2個の実数解（1組は重根）となる。

$$k_1 = 2\sqrt[3]{r} \cos\left(\frac{\theta}{3}\right) - \frac{A}{3} \quad (4)$$

$$k_2 = -2\sqrt[3]{r} \cos\left(\frac{\theta}{3} - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{A}{3} \quad (5)$$

$$k_3 = -2\sqrt[3]{r} \cos\left(\frac{\theta}{3} + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{A}{3} \quad (6)$$

ここに、  $r = \sqrt{\left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \left|\left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3\right|}$  (4a)

$$\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{Q}{2r}\right) \quad (4b)$$

(\*)吉田耕作、雨宮綾夫、伊藤清、加藤敏夫、松島與三、古谷茂（1975）：応用数学便覧、p14、丸善

## 5. 入出力データ

### 5.1 入力データ

入力データは、シート「入力データ&M $\phi$ 」に作成される。また、本シートには、算出された正側および負側の M $\phi$  限界値が出力される。

入力データは、以下の通りである。

(1) 通し番号

1 から順にケース番号を入力する。

(2) 断面高さ h(cm)

断面高さを cm 単位で入力する。

(3) 断面幅 b(cm)

断面幅を cm 単位で入力する。

(4) コンヤング係数  $e_c$ (kN/mm<sup>2</sup>)

コンクリートヤング係数を、kN/mm<sup>2</sup> 単位で入力する。

(5) 鉄筋ヤング係数  $e_s$ (kN/mm<sup>2</sup>)

鉄筋ヤング係数を、kN/mm<sup>2</sup> 単位で入力する。

(6) コン強度  $f_c$ (N/mm<sup>2</sup>)

コンクリート圧縮強度を、N/mm<sup>2</sup> 単位で入力する。

(7) 鉄筋降伏強度  $f_y$ (N/mm<sup>2</sup>)

鉄筋降伏強度を、N/mm<sup>2</sup> 単位で入力する。

(8) 上面鉄筋被り  $c_u$ (cm)

上面側鉄筋の被りを、cm 単位で入力する。ここに、被りはコンクリート上面からの距離である。

(9) 上面鉄筋量  $as_u$ (cm<sup>2</sup>)

上面側鉄筋の鉄筋量を、cm<sup>2</sup> 単位で入力する。

(10) 下面鉄筋被り  $c_d$ (cm)

下面側鉄筋の被りを、cm 単位で入力する。ここに、被りはコンクリート上面からの距離である。

(11) 下面鉄筋量  $as_d$ (cm<sup>2</sup>)

下面側鉄筋の鉄筋量を、cm<sup>2</sup> 単位で入力する。

(12)軸力  $N(kN)$

作用軸力を、 $kN$  単位で入力する。ここで、軸力は圧縮が正である。

本シートに出力される  $M\phi$  限界値は、以下の通りである。

以下の  $M\phi$  関係の正負は、コンクリート下面側引張のとき正曲げ、コンクリート上面側引張のとき負曲げとなる。

(1) $M_u(-), \phi u(-)$

負側の終局曲げモーメント ( $kNm$ ) と終局曲率 ( $1/m$ ) である。

(2) $M_y(-), \phi y(-)$

負側の降伏曲げモーメント ( $kNm$ ) と降伏曲率 ( $1/m$ ) である。

(3) $M_c(-), \phi c(-)$

負側のひび割れ曲げモーメント ( $kNm$ ) とひび割れ曲率 ( $1/m$ ) である。

(4) $M_c(+), \phi c(+)$

正側のひび割れ曲げモーメント ( $kNm$ ) とひび割れ曲率 ( $1/m$ ) である。

(5) $M_y(+), \phi y(+)$

正側の降伏曲げモーメント ( $kNm$ ) と降伏曲率 ( $1/m$ ) である。

(6) $M_u(+), \phi u(+)$

正側の終局曲げモーメント ( $kNm$ ) と終局曲率 ( $1/m$ ) である。

表 5.1-1 および 2 に、シート「入力データ& $M\phi$ 」の例を示す。

表 5.1-1 シート「入力データ&Mφ」の例 (その 1)

通し 番号	断面高さ h(cm)	断面幅 b(cm)	コン ヤング係数 ec(kN/mm <sup>2</sup> )	鉄筋 ヤング係数 es(kN/mm <sup>2</sup> )	コン強度 fc(N/mm <sup>2</sup> )	鉄筋 降伏強度 fy(N/mm <sup>2</sup> )	上面 鉄筋被り cu(cm)	上面 鉄筋量 asu(cm <sup>2</sup> )	下面 鉄筋被り cd(cm)	下面 鉄筋量 asd(cm <sup>2</sup> )	軸力 N(kN)
1	35	400	25	200	24	345	11	31.776	24	31.776	0
2	80	400	25	200	24	345	11	31.776	69	31.776	0
3	65	400	25	200	24	345	11	31.776	54	45.84	0
4	65	400	25	200	24	345	11	31.776	54	81.072	0
5	35	400	25	200	24	345	12.75	47.664	21.45	31.776	-99.9
6	80	400	25	200	24	345	12.6	47.664	66.8	31.776	-0.8
7	65	400	25	200	24	345	11	31.776	54	45.84	386.2
8	65	400	25	200	24	345	11	31.776	54	45.84	601.1

表 5.1-2 シート「入力データ&Mφ」の例 (その 2)

終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
Mu(-) (kNm)	φu(-) (1/m)	My(-) (kNm)	φy(-) (1/m)	Mc(-) (kNm)	φc(-) (1/m)	Mc(+) (kNm)	φc(+) (1/m)	My(+) (kNm)	φy(+) (1/m)	Mu(+) (kNm)	φu(+) (1/m)
-353.424	-0.10545	-265.650	-0.009716	-156.284	-0.000437	156.2836	0.000437	265.6503	0.009716	353.424	0.105448
-846.746	-0.10545	-721.239	-0.002920	-717.87	-0.000168	717.8703	0.000168	721.2386	0.00292	846.746	0.105448
-720.797	-0.08634	-564.773	-0.003826	-539.019	-0.000236	539.0191	0.000236	799.9038	0.003949	929.437	0.086341
-804.208	-0.05938	-567.793	-0.003840	-539.019	-0.000236	539.0191	0.000236	1380.031	0.00423	1535.514	0.059385
-453.029	-0.08755	-362.454	-0.011370	-150.456	-0.000421	150.456	0.000421	268.6405	0.011472	383.415	0.08755
-1205.450	-0.08438	-1044.472	-0.003105	-816.397	-0.000191	695.3606	0.000163	702.0655	0.003036	891.916	0.084383
-832.337	-0.07546	-669.425	-0.003926	-580.853	-0.000254	580.8528	0.000254	902.9723	0.004043	1040.976	0.075459
-893.621	-0.07051	-726.925	-0.003979	-604.143	-0.000264	604.1429	0.000264	959.6033	0.004094	1102.260	0.070512

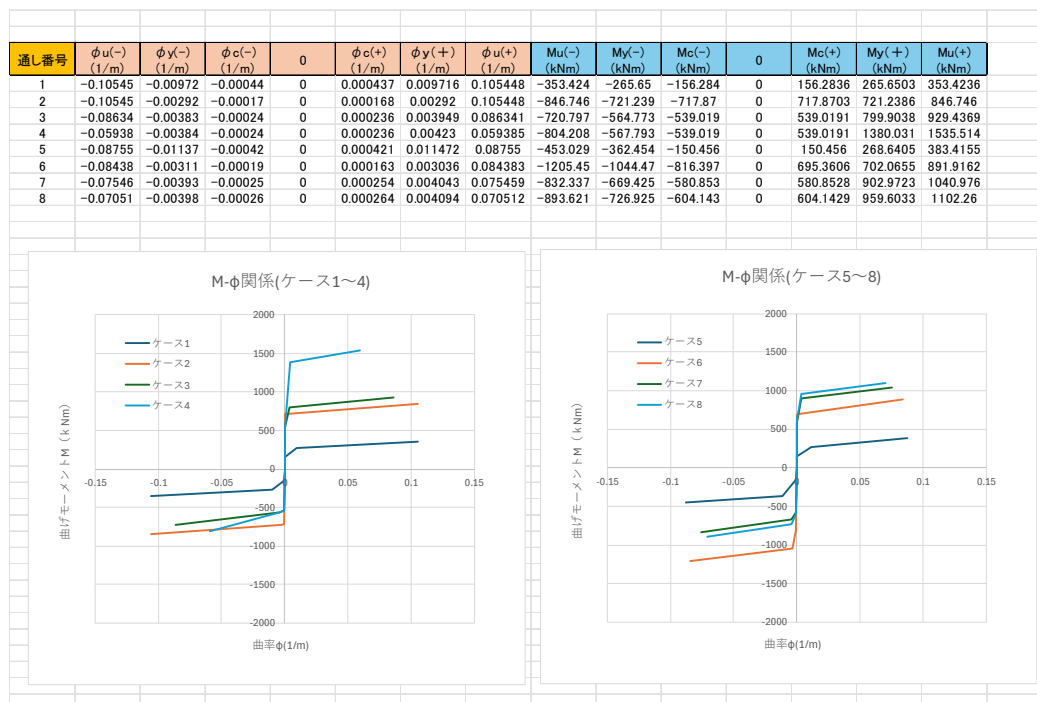
## 5.2 出力データ

### 5.2.1 シート「Mφ図化」

Mφ関係を図化するためのシートである。エクセルでの図化が可能になるように、シート「入力データ&Mφ」のMφデータの順序を変更して出力している。

図 4.2-1 に、シート「Mφ図化」の例を示す。

表 5.2-1 シート「Mφ図化」の例



## 5.2.2 シート「Mu(+)」

正側の終局曲げモーメントおよび終局曲率を求めるためのシートである。  
出力項目は、以下の通りである。

- (1) 通し番号
- (2) 断面高さ  $h(m)$
- (3) 断面幅  $b(m)$
- (4) コンヤング係数  $ec(kN/m^2)$
- (5) 鉄筋ヤング係数  $es(kN/mm^2)$
- (6) コン強度  $fc(kN/m^2)$
- (7) 鉄筋降伏強度  $fy(kN/m^2)$
- (8) 圧縮鉄筋被り  $d2(m)$
- (9) 圧縮鉄筋量  $as2(m^2)$
- (10) 引張鉄筋被り  $d1(m)$
- (11) 引張鉄筋量  $as1(m^2)$
- (12) 軸力  $N(kN)$

以上は、シート「入力データ&M $\phi$ 」のデータをコピーして作成している。ただし、単位を  $kN$  および  $m$  に統一して表示している。

### (13) $\phi 1$

引張鉄筋の力学的鉄筋比であり、 $\phi 1=fy \cdot As1 / (0.85fc \cdot b \cdot d1)$ で定義される。

### (14) $\phi 2$

圧縮鉄筋の力学的鉄筋比であり、 $\phi 2=fy \cdot As2 / (0.85fc \cdot b \cdot d1)$ で定義される。

### (15) $\epsilon c0$

コンクリートが塑性化するひずみであり、0.002 に固定している。

### (16) $\epsilon cu$

コンクリートの終局ひずみであり、0.0035 に固定している。

### (17) $\beta$

$\beta = \epsilon c0 / \epsilon cu$  で定義される。

### (18) $Nbar$

無次元化した軸力であり、 $Nbar=N / (0.85fc \cdot b \cdot d1)$ で定義される。

### (19) $\delta$

$\delta = \varepsilon_{cu} / (f_y / E_s)$  で定義される。

(20)  $\gamma$

圧縮鉄筋被りの有効高に対する比であり、 $\gamma = d_2 / d_1$  で定義される。

(21)  $y_c$

圧縮縁から断面中心までの距離であり、 $y_c = h / 2$  である。

(22)  $y_{cd}$

圧縮縁から断面図心までの距離である。

$y_{cd} = (1/2 \cdot b h^2 + E_s / E_c (A_{s1} \cdot d_1 + A_{s2} \cdot d_2)) / (b h + E_s / E_c (A_{s1} + A_{s2}))$  である。

本エクセルでは、 $M_u$  算出時の軸力作用位置を断面中心としており、 $y_{cd}$  は使用されない。

(23)  $y_t$

断面中心から引張鉄筋までの距離である。 $y_t = d_1 - y_c$  である。

(24)  $y_{td}$

断面図心から引張鉄筋までの距離である。 $y_{td} = d_1 - y_{cd}$  である。

本エクセルでは、 $y_{td}$  を使用しない。

(25)  $ku_{lim1}$

圧縮鉄筋が引張降伏するときの中立軸比  $ku$  の閾値である。 $ku_{lim1} = \gamma \delta / (\delta + 1)$  である。

(26)  $ku_{lim2}$

圧縮鉄筋が圧縮降伏するときの中立軸比  $ku$  の閾値である。 $ku_{lim2} = \gamma \delta / (\delta - 1)$  である。

(27)  $ku_3$

圧縮鉄筋が引張降伏するとき (mode3) の終局時の中立軸比である。2.1.3 の式(9)による。

(28)  $ku_2$

圧縮鉄筋が未降伏のとき (mode1) の終局時の中立軸比である。2.1.1 の式(1)による。

(29)  $ku_3$

圧縮鉄筋が圧縮降伏するとき (mode2) の終局時の中立軸比である。2.1.2 の式(5)による。

(30) mode

mode1、mode2、あるいは mode3 を表示する。 $ku$  が  $ku_{lim1}$  より小さいとき mode3、 $ku_{lim1}$  と  $ku_{lim2}$  の間にあるとき mode1、 $ku_{lim2}$  より大きいとき mode2 と判断する。

(31)  $ku$

終局時の中立軸比である。(30)のモードの判断に従い、 $ku_3$ 、 $ku_1$  および  $ku_2$  のいずれかを選択する。

(32) $x_u(m)$

終局時の中立軸位置（圧縮縁からの距離）である。 $x_u=ku*d_1$  により求める。

(33) $M_{ubar}$

無次元化された終局時の曲げモーメントである。モードに応じて、2.1.3 の式(10)、2.1.1 の式(2)、あるいは 2.1.2 の式(6)により求められる。

(34) $M_u(+)(kNm)$

正側の終局曲げモーメントである。 $M_u(+)=M_{ubar}*0.85f_c*b*d_1^2$  により求められる。

(35)  $\phi (+)(1/m)$

正側の終局曲率である。 $\phi (+)=0.0035/x_u$  により求められる。

(36) $k_b$

釣合時の中立軸比である。2.1.4 の式(13)により計算される。

(37) $mode$

釣合時において圧縮鉄筋が降伏するかどうかを表す。未降伏のとき「mode1」、降伏しているとき「mode2」を表示する。

(38) $N_{bbar}$

釣合時の軸力を無次元表示したのものである。(37)のモードに応じて、2.1.4 の式(14)あるいは(18)により計算される。

(39) $M_{bbar}$

釣合時の曲げモーメントを無次元表示したのものである。(37)のモードに応じて、2.1.4 の式(15)あるいは(19)により計算される。

(40) $N_b(+)(kN)$

釣合軸力を表示する。 $N_b(+)=N_{bbar}*0.85*f_c*b*d_1$  により求められる。

(41) $M_b(+)(kNm)$

釣合時の曲げモーメントを表示する。 $M_b(+)=M_{bbar}*0.85*f_c*b*d_1^2$  により求められる。

(42)破壊モード

(12)の作用軸力と(40)の釣合軸力を比較し、前者が後者よりも小さいとき「降伏先行」を、そうでないとき「圧壊先行」を表示する。「圧壊先行」が表示された場合には、別途検討が必要である。

### 5.2.3 シート「My(+)」

正側の降伏曲げモーメントおよび降伏曲率を求めるためのシートである。  
出力項目は、以下の通りである。

- (1) 通し番号
- (2) 断面高さ  $h(m)$
- (3) 断面幅  $b(m)$
- (4) コンヤング係数  $ec(kN/m^2)$
- (5) 鉄筋ヤング係数  $es(kN/mm^2)$
- (6) コン強度  $fc(kN/m^2)$
- (7) 鉄筋降伏強度  $fy(kN/m^2)$
- (8) 圧縮鉄筋被り  $d2(m)$
- (9) 圧縮鉄筋量  $as2(m^2)$
- (10) 引張鉄筋被り  $d1(m)$
- (11) 引張鉄筋量  $as1(m^2)$
- (12) 軸力  $N(kN)$

以上は、シート「入力データ&M $\phi$ 」のデータをコピーして作成している。ただし、単位を  $kN$  および  $m$  に統一して表示している。

#### (13) $\phi 1$

引張鉄筋の力学的鉄筋比であり、 $\phi 1 = fy \cdot As1 / (0.85fc \cdot b \cdot d1)$  で定義される。

#### (14) $\phi 2$

圧縮鉄筋の力学的鉄筋比であり、 $\phi 2 = fy \cdot As2 / (0.85fc \cdot b \cdot d1)$  で定義される。

#### (15) $\epsilon c0$

コンクリートが塑性化するひずみであり、0.002 に固定している。

#### (16) $\alpha$

$\alpha = \epsilon y / \epsilon c0$  で定義される。

#### (17) $Nbar$

無次元化した軸力であり、 $Nbar = N / (0.85fc \cdot b \cdot d1)$  で定義される。

#### (18) $\gamma$

圧縮鉄筋被りの有効高に対する比であり、 $\gamma = d2 / d1$  で定義される。

#### (19) $yc$

圧縮縁から断面中心までの距離であり、 $y_c=h/2$  である。

(20) $y_{cd}$

圧縮縁から断面図心までの距離である。

$y_{cd}=(1/2 \cdot bh^2+Es/Ec \cdot (As1 \cdot d1+As2 \cdot d2))/(bh+Es/Ec \cdot (As1+As2))$  である。

本エクセルでは、 $\mu$  算出時の軸力作用位置を断面中心としており、 $y_{cd}$  は使用されない。

(21) $y_t$

断面中心から引張鉄筋までの距離である。 $y_t=d1-y_c$  である。

(22) $y_{td}$

断面図心から引張鉄筋までの距離である。 $y_{td}=d1-y_{cd}$  である。

本エクセルでは、 $y_{td}$  を使用しない。

(23) $ky\_lim1$

圧縮縁ひずみが 0.002 に達するときの中立軸比  $ky$  の閾値である。 $ky\_lim1=1/(1+\alpha)$  である。

(24) $ky\_lim2$

圧縮鉄筋が降伏するときの中立軸比  $ky$  の閾値である。 $ky\_lim2=(1+\gamma)/2$  である。

(25) $A1$

$mode1$  (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降伏) のとき、中立軸算定式 (4 の式(1)で表される 3 次方程式) の  $k^2$  の係数である。2.2.1 の式(21)における  $k^2$  の係数を  $k^3$  の係数で割った値である。

(26) $B1$

$mode1$  (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降伏) のとき、中立軸算定式 (4 の式(1)で表される 3 次方程式 3 次方程式) の  $k$  の係数である。2.2.1 の式(21)における  $k$  の係数を  $k^3$  の係数で割った値である。

(27) $C1$

$mode1$  (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降伏) のとき、中立軸算定式 (4 の式(1)で表される 3 次方程式 3 次方程式) の定数項である。2.2.1 の式(21)における定数項を  $k^3$  の係数で割った値である。

(28) $P1$

$mode1$  (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降伏) のとき、4 の式(2a)で計算される。

(29) $Q1$

$mode1$  (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降伏) のとき、4 の式(2b)で計算される。

(30)D1

mode1 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降伏) の 3 次方程式の判別式である。  
 $D1=(Q1/2)^2+(P1/3)^3$  で計算される。

(31)r1

mode1 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降伏) のとき、4 の式(3a)で計算される。

(32)r2

mode1 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降伏) のとき、4 の式(3b)で計算される。

(33)r

mode1 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降伏) のとき、4 の式(4a)で計算される。

(34)  $\theta$

mode1 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降伏) のとき、4 の式(4b)で計算される。

(35)x1

mode1 に対し、3 次方程式の実数解が 1 個のときの解、あるいは 3 次方程式の実数解が 3 個の時の 1 つ目の解である。前者は 4 の式(3)で、後者は 4 の式(4)で表される。

(36)x2

mode1 に対し、3 次方程式の実数解が 3 個のとき、2 つ目の解である。4 の式(5)で表される。

(37)x3

mode1 に対し、3 次方程式の実数解が 3 個のとき、3 つ目の解である。4 の式(6)で表される。

(38)x

mode1 に対する中立軸比の値である。上記(35)~(37)の 3 つの解について、 $0 < x < 1$  および  $x < ky\_lim1$  かつ  $x < ky\_lim2$  となる解を選択する。条件を満足しない場合、「-」を表示する。

(39)A2

mode2 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が降伏) のとき、中立軸算定式 (4 の式(1)で表される 3 次方程式) の  $k^2$  の係数である。2.2.2 の式(25)における  $k^2$  の係数を  $k^3$  の係数で割った値である。

(40)B2

mode2 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が降伏) のとき、中立軸算定式 (4 の式(1)で表される 3 次方程式 3 次方程式) の  $k$  の係数である。2.2.2 の式(25)における  $k$  の係数を  $k^3$  の係数で割った値である。

(41)C2

mode2 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が降伏) のとき、中立軸算定式 (4 の式(1)で表される 3 次方程式 3 次方程式) の定数項である。2.2.2 の式(25)における定数項を  $k^3$  の係数で割った値である。

(42)P2

mode2 圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が降伏) のとき、4 の式(2a)で計算される。

(43)Q2

mode2 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が降伏) のとき、4 の式(2b)で計算される。

(44)D2

mode2 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が降伏) の 3 次方程式の判別式である。 $D2=(Q2/2)^2+(P2/3)^3$  で計算される。

(45)r1

mode2 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が降伏) のとき、4 の式(3a)で計算される。

(46)r2

mode2 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が降伏) のとき、4 の式(3b)で計算される。

(47)r

mode2 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が未降) のとき、4 の式(4a)で計算される。

(48)  $\theta$

mode2 (圧縮縁ひずみが 0.002 未満でかつ圧縮鉄筋が降伏) のとき、4 の式(4b)で計算される。

(49)x1

mode2 に対し、3 次方程式の実数解が 1 個のときの解、あるいは 3 次方程式の実数解が 3 個の時の 1 つ目の解である。前者は 4 の式(3)で、後者は 4 の式(4)で表される。

(50)x2

mode2 に対し、3 次方程式の実数解が 3 個のとき、2 つ目の解である。4 の式(5)で表される。

(51)x3

mode2 に対し、3 次方程式の実数解が 3 個のとき、3 つ目の解である。4 の式(6)で表される。

(52)x

mode2 に対する中立軸比の値である。上記(49)~(51)の 3 つの解について、 $0 < x < 1$  および  $x < ky\_lim1$

かつ  $x \geq ky\_lim2$  となる解を選択する。条件を満足しない場合、「-」を表示する。

(53)dd

mode3 (圧縮縁ひずみが 0.002 以上でかつ圧縮鉄筋が未降伏) のとき、2.2.3 の式(29)の平方根内の値である。

(54)x\_mode3

mode3 に対する中立軸比の値である。上記(53)が負でないとき、2.2.3 の式(29)によって計算される。上記(53)が負のとき、「-」を表示する。

(55)x\_mode4

mode4 に対する中立軸比の値である。2.2.4 の式(33)により計算される。

(56)ky1

mode1 の中立軸比である。上記(38)の値を表示する。

(57)ky2

mode2 の中立軸比である。上記(52)の値を表示する。

(58)ky3

mode3 の中立軸比である。上記(54)が、 $0 < x\_mode3 < 1$  および  $x\_mode3 \geq ky\_lim1$  かつ  $x\_mode3 < ky\_lim2$  を満足するとき、(54)の値を表示する。条件を満足しないとき、「-」を表示する。

(59)ky4

mode4 の中立軸比である。上記(55)が、 $0 < x\_mode4 < 1$  および  $x\_mode4 \geq ky\_lim1$  かつ  $x\_mode4 \geq ky\_lim2$  を満足するとき、(55)の値を表示する。条件を満足しないとき、「-」を表示する。

(60)mode

mode1～mode4 あるいは「解無し」のいずれかを表示する。上記(56)～(59)において、「-」を表示していないモードを選択する。全て「-」のとき、「解無し」を表示する。

(61)ky

降伏時の中立軸比の値である。上記(61)のモードに対応する中立軸比を、(56)～(59)から選択する。全て「-」にとき、「解無し」を表示する。

(62)xy(m)

降伏時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離) である。  $xy = ky * d1$  により求める。

(63)xx

mode1 および mode2 の降伏曲げモーメントの計算で使用する、終局ひずみに対する圧縮縁ひずみの

値である。 $xx = \alpha ky / (1 - ky)$ により計算される。

#### (64) Mybar

無次元化した降伏曲げモーメントである。mode1～mode4 に応じて、2.2.1 の式(22)、2.2.2 の式(26)、2.2.3 の式(30)、および 2.2.4 の式(34)により計算される。

#### (65) My(+)(kNm)

正側の降伏曲げモーメントである。 $My(+)=Mybar \cdot 0.85fc \cdot b \cdot d1^2$ により求められる。

#### (66) $\phi y(+)(1/m)$

正側の降伏曲率である。 $\phi y(+)=1/(d1 \cdot xy) \cdot (fy/Es)$ により求められる。

### 5.2.3 シート「Mc(+)」

正側のひび割れ曲げモーメントおよびひび割れ曲率を求めるためのシートである。  
出力項目は、以下の通りである。

- (1) 通し番号
- (2) 断面高さ h(m)
- (3) 断面幅 b(m)
- (4) コンヤング係数 ec(kN/m<sup>2</sup>)
- (5) 鉄筋ヤング係数 es(kN/mm<sup>2</sup>)
- (6) コン強度 fc(kN/m<sup>2</sup>)
- (7) 鉄筋降伏強度 fy(kN/m<sup>2</sup>)
- (8) 圧縮鉄筋被り d2(m)
- (9) 圧縮鉄筋量 as2(m<sup>2</sup>)
- (10) 引張鉄筋被り d1(m)
- (11) 引張鉄筋量 as1(m<sup>2</sup>)
- (12) 軸力 N(kN)

以上は、シート「入力データ&M $\phi$ 」のデータをコピーして作成している。ただし、単位を kN および m に統一して表示している。

#### (13) 引張強度 ft(kN/m<sup>2</sup>)

コンクリート引張強度である。コンクリート設計基準強度 fck (N/mm<sup>2</sup>) を用い、 $ft=0.23 \cdot fck^{(2/3)}$  (ft の単位 : N/mm<sup>2</sup>) により求める。

#### (14) 換算断面積 Ac(m<sup>2</sup>)

鉄筋を考慮した換算断面積である。2.3 の式(31)で計算される。

(15)  $y_{cd}(m)$

圧縮縁から図心位置までの距離である。

$y_{cd} = (1/2 \cdot bh^2 + E_s/E_c \cdot (A_{s1} \cdot d_1 + A_{s2} \cdot d_2)) / (bh + E_s/E_c \cdot (A_{s1} + A_{s2}))$  で計算される。

(16)  $y_{td}(m)$

引張縁から図心位置までの距離である。  $y_{td} = h - y_{cd}$  で計算される。

(17) 換算断面 2 次  $I_c(m^2)$

鉄筋を考慮した換算断面 2 次モーメントである。 2.3 の式(32)で計算される。

(18) 換算断面係数  $W_c(m^3)$

鉄筋を考慮した換算断面係数である。 2.3 の式(30)で計算される。

(19)  $M_c(+)(kNm)$

鉄筋を考慮したときの正側のひび割れ曲げモーメントである。 2.3 の式(37)で計算される。

(20)  $\phi_c(+)(1/m)$

鉄筋を考慮したときの正側のひび割れ曲率である。 2.3 の式(41)で計算される。

(21) 断面積  $A(m^2)$

鉄筋を考慮しない断面積である。

(22) 断面 2 次  $I(m^4)$

鉄筋を考慮しない断面 2 次モーメントである。

(23) 断面係数  $W(m^3)$

鉄筋を考慮しない断面係数である。

(24)  $M_c(+)(kNm)$

鉄筋を考慮しないときの正側のひび割れ曲げモーメントである。

(25)  $\phi_c(+)(1/m)$

鉄筋を考慮しないときの正側のひび割れ曲率である。

(26) 調整

鉄筋を考慮したとき、ひび割れ曲げモーメントの調整を行うか否かを、「有」あるいは「無」で表示する。  $M_c(+) > M_y(+)$  のとき、ひび割れ曲げモーメント  $M_c(+)$  の調整を行う。

(27)  $K$

鉄筋を考慮したとき、ひび割れ曲げモーメントの調整のための係数値である。 3 の式(5)で計算される。

(28)  $M'c(+)$ (kNm)

鉄筋を考慮したとき、調整後の正側のひび割れ曲げモーメントである。3 の式(4)で計算される。

(29)  $\phi'c(+)$ (kNm)

鉄筋を考慮したとき、調整後の正側のひび割れ曲率である。3 の式(3)で計算される。

(30)調整

鉄筋を考慮しないとき、ひび割れ曲げモーメントの調整を行うか否かを、「有」あるいは「無」で表示する。 $M_c(+)>M_y(+)$ のとき、ひび割れ曲げモーメント  $M_c(+)$ の調整を行う。

(31)K

鉄筋を考慮しないとき、ひび割れ曲げモーメントの調整のための係数値である。3 の式(5)で計算される。

(32)  $M'c(+)$ (kNm)

鉄筋を考慮しないとき、調整後の正側のひび割れ曲げモーメントである。3 の式(4)で計算される。

(33)  $\phi'c(+)$ (kNm)

鉄筋を考慮しないとき、調整後の正側のひび割れ曲率である。3 の式(3)で計算される。

#### 5.2.4 シート「 $M_u(-)$ 」、「 $M_y(-)$ 」および「 $M_c(-)$ 」

負側の終局曲げモーメントおよび終局曲率、降伏曲げモーメントおよび降伏曲率、ひび割れ曲げモーメントおよびひび割れ曲率を求めるシートである。

正側のそれぞれのシートにおいて、圧縮鉄筋と引張鉄筋の鉄筋量と位置を逆転させてデータを作成している。具体的には、 $as1$  を上面鉄筋量に、 $as2$  を下面鉄筋量に、圧縮鉄筋被りを  $h-d1$  に、引張鉄筋被りを  $h-d2$  に設定している。

#### 5.2.5 シート「 $M_c(+)$ (その 2)」、「 $M_c(-)$ (その 2)」

鉄筋を考慮したひび割れ曲げモーメントを、参考資料に記載した方法により計算したものである。以下では、正側のみの出力を説明する。

(1)通し番号

(2)断面高さ  $h$ (m)

(3)断面幅  $b$ (m)

(4)コンヤング係数  $e_c$ (kN/m<sup>2</sup>)

(5)鉄筋ヤング係数  $e_s$ (kN/mm<sup>2</sup>)

(6)コン強度  $f_c$ (kN/m<sup>2</sup>)

(7)鉄筋降伏強度  $f_y(\text{kN/m}^2)$

(8)圧縮鉄筋被り  $d_2(\text{m})$

(9)圧縮鉄筋量  $as_2(\text{m}^2)$

(10)引張鉄筋被り  $d_1(\text{m})$

(11)引張鉄筋量  $as_1(\text{m}^2)$

(12)軸力  $N(\text{kN})$

以上は、シート「入力データ&Mφ」のデータをコピーして作成している。ただし、単位を  $\text{kN}$  および  $\text{m}$  に統一して表示している。

(13)引張強度  $f_t(\text{kN/m}^2)$

コンクリート引張強度である。コンクリート設計基準強度  $f_{ck}$  ( $\text{N/mm}^2$ ) を用い、 $f_t=0.23 \cdot f_{ck}^{2/3}$  ( $f_t$  の単位 :  $\text{N/mm}^2$ ) により求める。

(14) $y_{cd}(\text{m})$

圧縮縁から図心位置までの距離である。

$y_{cd}=(1/2 \cdot bh^2+Es/Ec \cdot (As_1 \cdot d_1+As_2 \cdot d_2))/(bh+Es/Ec \cdot (As_1+As_2))$  で計算される。

(15)  $\eta$

有効高に対する断面高さの比である。  $\eta = h/d_1$  で計算される。

(16) $p_1$

引張鉄筋比である。  $p_1=As_1/(b \cdot d_1)$  で計算される。

(17) $p_2$

圧縮鉄筋比である。  $p_2=As_2/(b \cdot d_1)$  で計算される。

(18)  $\gamma$

有効高に対する圧縮鉄筋被りの比である。  $\gamma = d_2/d_1$  で計算される。

(19) $N_{bar2}$

無次元化した軸力であり、 $N_{bar2}=N/(f_t \cdot b \cdot d_1)$  で計算される ( $M_u$  および  $M_y$  計算時の無次元化軸力の定義と異なるので注意)。

(20)  $\xi$

$y_{cd}$  の有効高に対する比であり、  $\xi = y_{cd}/d_1$  で計算される。

(21) $n$

ヤング係数比であり、  $n=Es/Ec$  で計算される。

(22)  $k_c$

ひび割れ時の中立軸比である。参考資料の式(13)により計算される。

(23)  $x_c(m)$

ひび割れ時の中立軸位置（圧縮縁からの距離）である。 $x_c = k_c \cdot d_1$  で計算される。

(24)  $M_{cbar}$

ひび割れ時の無次元化曲げモーメントである。参考資料の式(14)により計算される。

(25)  $M_c(+)(kNm)$

正側のひび割れ曲げモーメントである。 $M_c(+) = M_{cbar} \cdot f_t \cdot b \cdot d_1^2$  により求められる。

(26)  $\phi_c(+)(1/m)$

正側のひび割れ曲率である。 $\phi_c(+) = f_t / E_c (h - x_c)$  により求められる。

## 6. 計算例（その1）

### 6.1 計算条件

計算条件を、表 6.1-1 に示す。

軸力値については 300、1000 および 4000kN の 3 種を考慮した。

表 6.1-1 計算条件

項目	値
断面高さ h(cm)	80
断面幅 b(cm)	100
コンクリートヤング係数 $E_c$ (kN/mm <sup>2</sup> )	23.5
鉄筋ヤング係数 $E_s$ (kN/mm <sup>2</sup> )	200
コンクリート強度 $f_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	16.154 (=21/1.3 : 材料係数考慮)
鉄筋降伏強度 $f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	295
上面鉄筋被り $c_u$ (cm)	17
上面鉄筋量 $as_u$ (cm <sup>2</sup> )	13.247
下面鉄筋被り $c_d$ (cm)	70
下面鉄筋量 $as_d$ (cm <sup>2</sup> )	13.247
軸力 N(kN)	300,1000,4000

### 6.2 計算結果

図 6.2-1 に、本エクセルによって算出された  $M-\phi$  関係を示す。

表 6.2-2 に、本エクセルによる計算結果を示す。

表 6.2-3 に、市販ソフト（フォーラムエイト「RC 断面計算」）による計算結果を示す。

同表によれば、本エクセルと市販ソフトの結果が、ほぼ一致していることがわかる。

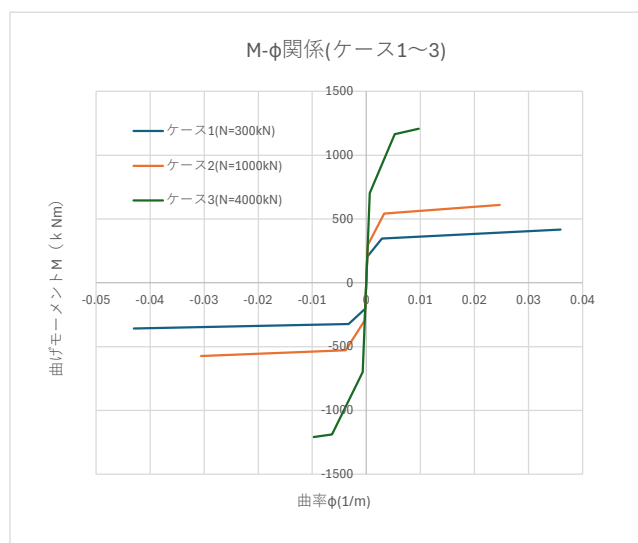


図 6.2-1  $M-\phi$  関係（計算例(その1)）

表 6.2-2 計算結果 (本エクセル)

本エクセル (A)	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	Mu(-)	$\phi u(-)$	My(-)	$\phi y(-)$	Mc(-)	$\phi c(-)$	Mc(+)	$\phi c(+)$	My(+)	$\phi y(+)$	Mu(+)	$\phi u(+)$
	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)
1	-356.930	-0.043042	-321.991	-0.003249	-202.578	-0.000195	203.552	0.000196	346.168	0.002908	416.208	0.035970
2	-573.774	-0.030558	-528.352	-0.003769	-296.553	-0.000285	297.979	0.000286	542.373	0.003341	612.068	0.024692
3	-1208.361	-0.009726	-1186.335	-0.006323	-699.305	-0.000672	702.668	0.000675	1164.770	0.005278	1208.361	0.009726

表 6.2-3 計算結果 (市販ソフト)

市販ソフト (B)	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	Mu(-)	$\phi u(-)$	My(-)	$\phi y(-)$	Mc(-)	$\phi c(-)$	Mc(+)	$\phi c(+)$	My(+)	$\phi y(+)$	Mu(+)	$\phi u(+)$
	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)
1	-356.919	-0.043038	-321.987	-0.003249	-202.604	-0.000195	203.578	0.000196	346.162	0.002909	416.197	0.035961
2	-573.760	-0.030554	-528.341	-0.003769	-296.579	-0.000285	298.005	0.000286	542.359	0.003341	612.034	0.024688
3	-1208.214	-0.009724	-1186.216	-0.006325	-699.331	-0.000672	702.694	0.000675	1164.670	0.005279	1208.214	0.009724

表 6.2-4 計算結果 (比)

比 (A/B)	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	Mu(-)	$\phi u(-)$	My(-)	$\phi y(-)$	Mc(-)	$\phi c(-)$	Mc(+)	$\phi c(+)$	My(+)	$\phi y(+)$	Mu(+)	$\phi u(+)$
	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)	(kNm)	(1/m)
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

## 7. 計算例 (その 2)

### 7.1 計算条件

表 7.1-1 に計算条件を示す。

表 7.1-1 計算条件

通し 番号	断面高さ h(cm)	断面幅 b(cm)	コン ヤング係数 ec(kN/mm <sup>2</sup> )	鉄筋 ヤング係数 es(kN/mm <sup>2</sup> )	コン強度 fc(N/mm <sup>2</sup> )	鉄筋 降伏強度 fy(N/mm <sup>2</sup> )	上面 鉄筋被り cu(cm)	上面 鉄筋量 asu(cm <sup>2</sup> )	下面 鉄筋被り cd(cm)	下面 鉄筋量 asd(cm <sup>2</sup> )	軸力 N(kN)
1	35	400	25	200	24	345	11	31.776	24	31.776	0
2	80	400	25	200	24	345	11	31.776	69	31.776	0
3	65	400	25	200	24	345	11	31.776	54	45.84	0
4	65	400	25	200	24	345	11	31.776	54	81.072	0
5	35	400	25	200	24	345	12.75	47.664	21.45	31.776	-99.9
6	80	400	25	200	24	345	12.6	47.664	66.8	31.776	-0.8
7	65	400	25	200	24	345	11	31.776	54	45.84	386.2
8	65	400	25	200	24	345	11	31.776	54	45.84	601.1

### 7.2 計算結果

図 7.2-1 に、本エクセルによって算出された  $M\phi$  関係を示す。

表 7.2-1 に、本エクセルによる計算結果を示す。

表 7.2-2 に、市販ソフト (フォーラムエイト「ES」) による計算結果を示す。

同表によれば、本エクセルと市販ソフトの結果が、ほぼ一致していることがわかる。

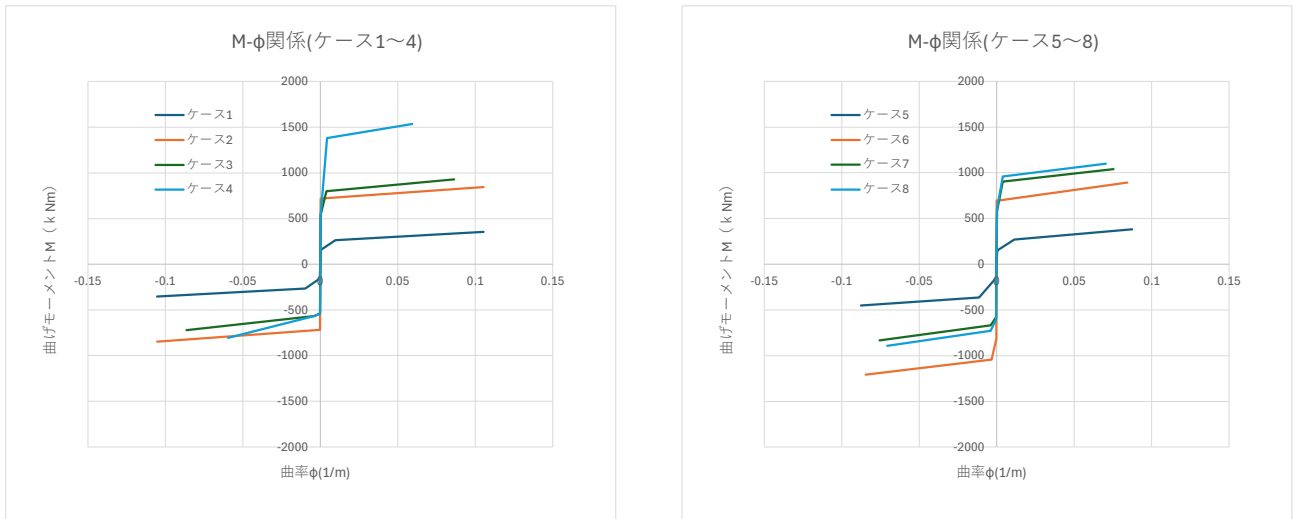


図 7.2-1 図 6.1-1 Mφ関係 (計算例(その2)、Mc調整後)

表 7.2-1 計算結果 (本エクセル : Mc調整前)

本エクセル (A)	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	Mu(-) (kNm)	φu(-) (1/m)	My(-) (kNm)	φy(-) (1/m)	Mc(-) (kNm)	φc(-) (1/m)	Mc(+) (kNm)	φc(+) (1/m)	My(+) (kNm)	φy(+) (1/m)	Mu(+) (kNm)	φu(+) (1/m)
1	-353.424	-0.105448	-265.650	-0.009716	-156.284	-0.000437	156.284	0.000437	265.650	0.009716	353.424	0.105448
2	-846.746	-0.105448	-721.239	-0.002920	-816.502	-0.000191	816.502	0.000191	721.239	0.002920	846.746	0.105448
3	-720.797	-0.086341	-564.773	-0.003826	-539.019	-0.000236	539.019	0.000236	799.904	0.003949	929.437	0.086341
4	-804.208	-0.059385	-567.793	-0.003840	-539.019	-0.000236	539.019	0.000236	1380.031	0.004230	1535.514	0.059385
5	-453.029	-0.087550	-362.454	-0.011370	-150.456	-0.000421	150.456	0.000421	268.640	0.011472	383.415	0.087550
6	-1205.450	-0.084383	-1044.472	-0.003105	-816.397	-0.000191	816.397	0.000191	702.065	0.003036	891.916	0.084383
7	-832.337	-0.075459	-669.425	-0.003926	-580.853	-0.000254	580.853	0.000254	902.972	0.004043	1040.976	0.075459
8	-893.621	-0.070512	-726.925	-0.003979	-604.143	-0.000264	604.143	0.000264	959.603	0.004094	1102.260	0.070512

表 7.2-2 計算結果 (市販ソフト)

市販ソフト (B)	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	Mu(-) (kNm)	φu(-) (1/m)	My(-) (kNm)	φy(-) (1/m)	Mc(-) (kNm)	φc(-) (1/m)	Mc(+) (kNm)	φc(+) (1/m)	My(+) (kNm)	φy(+) (1/m)	Mu(+) (kNm)	φu(+) (1/m)
1	-353.424	-0.105448	-265.650	-0.009716	-156.284	-0.000437	156.284	0.000437	265.650	0.009716	353.424	0.105448
2	-846.746	-0.105448	-721.239	-0.002920	-816.502	-0.000191	816.502	0.000191	721.239	0.002920	846.746	0.105448
3	-720.797	-0.086341	-564.773	-0.003826	-539.019	-0.000236	539.019	0.000236	799.904	0.003949	929.437	0.086341
4	-804.208	-0.059385	-567.793	-0.003840	-539.019	-0.000236	539.019	0.000236	1380.031	0.004230	1535.514	0.059385
5	-453.029	-0.087550	-362.454	-0.011370	-150.456	-0.000421	150.456	0.000421	268.640	0.011472	383.415	0.087550
6	-1205.450	-0.084383	-1044.472	-0.003105	-816.397	-0.000191	816.397	0.000191	702.065	0.003036	891.916	0.084383
7	-832.337	-0.075459	-669.425	-0.003926	-580.853	-0.000254	580.853	0.000254	902.972	0.004043	1040.976	0.075459
8	-893.621	-0.070512	-726.925	-0.003979	-604.143	-0.000264	604.143	0.000264	959.603	0.004094	1102.260	0.070512

表 7.2-3 計算結果 (比)

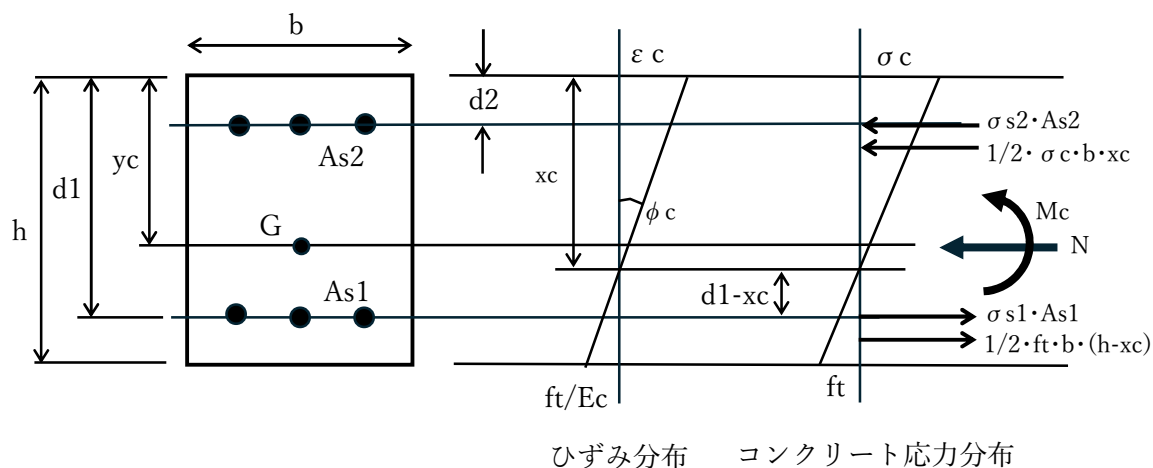
比 (A/B)	終局(負側)		降伏(負側)		ひび割れ(負側)		ひび割れ(正側)		降伏(正側)		終局(正側)	
	Mu(-) (kNm)	φu(-) (1/m)	My(-) (kNm)	φy(-) (1/m)	Mc(-) (kNm)	φc(-) (1/m)	Mc(+) (kNm)	φc(+) (1/m)	My(+) (kNm)	φy(+) (1/m)	Mu(+) (kNm)	φu(+) (1/m)
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

参考資料 ひび割れ時の断面仮定に基づくひび割れ時曲げモーメント  $M_c$  の算出

先に提示したひび割れ曲げモーメント  $M_c$  は、換算断面積と換算断面 2 次モーメントを用いて算出した。以下では、ひび割れ時の断面仮定に基づき、断面力と内部応力の釣合式から  $M_c$  の算出を行う。

図 1 に、断面仮定を示す。

同図は、ひび割れ発生時の断面仮定であり、引張縁でコンクリート引張強度  $f_t$  に達している状況を示している。なお、軸力  $N$  は断面図心位置に作用すると仮定した。



【記号】

- h : 断面高さ
- b : 断面幅
- d1 : 有効高
- d2 : 圧縮鉄筋被り
- As1 : 引張鉄筋量
- As2 : 圧縮鉄筋量
- yc : 圧縮縁から断面図心までの距離
- xc : 圧縮縁から中立軸位置までの距離
- $\epsilon_c$  : 圧縮縁ひずみ
- $\phi_c$  : ひび割れ曲率
- $\sigma_c$  : 圧縮縁コンクリート応力 (圧縮正)
- $f_t$  : コンクリート引張強度
- $\sigma_{s1}$  : 引張鉄筋応力 (引張正)
- $\sigma_{s2}$  : 圧縮鉄筋応力 (圧縮正)
- $M_c$  : ひび割れ曲げモーメント
- N : 軸力 (圧縮正)

図 1 ひび割れ時の断面仮定

図 1 のコンクリート応力分布から、コンクリート応力  $\sigma_c$  と引張強度  $f_t$ 、 $\sigma_c$  と圧縮鉄筋応力  $\sigma_{s2}$ 、および  $\sigma_c$  と引張鉄筋応力の関係として、以下の 3 式が成立する。

$$\sigma_c = \frac{x_c}{h-x_c} f_t \quad (1)$$

$$\sigma_{s2} = n\sigma_c \frac{x_c-d_2}{x_c} \quad (2)$$

$$\sigma_{s1} = n\sigma_c \frac{d_1-x_c}{x_c} \quad (3)$$

ここに、 $n=Es/Ec$  ( $Ec$  : コンクリートヤング係数、 $Es$  : 鉄筋ヤング係数) である。

軸力に関する釣合式から、以下が成立する。

$$N = \frac{1}{2}\sigma_c b x_c - \frac{1}{2}f_t b (h - x_c) + \sigma_{s2} A_{s2} - \sigma_{s1} A_{s1} \quad (4)$$

式(4)に式(1)~(3)を代入し、 $x_c$  に関して整理すれば、以下の 1 次方程式が得られる。

$$2(bf_t h + nf_t A_{s2} + nf_t A_{s1} + N)x_c = 2hN + bf_t h^2 + 2nf_t A_{s2} d_2 + 2nf_t A_{s1} d_1 \quad (5)$$

ここで、以下の無次元量を定義する。

$$\eta = \frac{h}{d_1}, p_1 = \frac{A_{s1}}{bd_1}, p_2 = \frac{A_{s2}}{bd_1}, \bar{N} = \frac{N}{f_t b d_1}, k_c = \frac{x_c}{d_1}, \gamma = \frac{d_2}{d_1} \quad (6)$$

上記無次元量により、式(5)を書き換えれば、以下を得る。

$$2\{\eta + n(p_1 + p_2) + \bar{N}\}k_c = 2\eta\bar{N} + \eta^2 + 2np_2\gamma + 2np_1$$

すなわち、

$$k_c = \frac{\eta^2 + 2n(p_1 + p_2)\gamma + 2\eta\bar{N}}{2\{\eta + n(p_1 + p_2) + \bar{N}\}} \quad (7)$$

式(7)により、ひび割れ時の中立軸比  $k_c$  を計算できる。

中立軸周りのモーメントの釣合式から、次式が成立する。

$$M_c + N(x_c - y_c) = \frac{1}{2}\sigma_c b x_c \frac{2}{3}x_c + \frac{1}{2}f_t b (h - x_c) \frac{2}{3}(h - x_c) + \sigma_{s2} A_{s2} (x_c - d_2) + \sigma_{s1} A_{s1} (d_1 - x_c) \quad (8)$$

式(8)に、式(1)~(3)を代入し、 $M_c$  について解けば、次式を得る。

$$M_c = \frac{f_t}{h-x_c} \left[ \frac{b}{3} (h^3 - 3h^2 x_c + 3hx_c^2) + n\{A_{s2}(x_c - d_2)^2 + A_{s1}(d_1 - x_c)^2\} \right] - N(x_c - y_c) \quad (9)$$

式(6)の無次元量を考慮し、新たな無次元量  $\xi$  を定義する。

$$\xi = \frac{y_c}{d_1} \quad (10)$$

すなわち、

$$\frac{M_c}{f_t b d_1^2} = \frac{1}{\eta - k_c} \left[ \frac{1}{3} (\eta^3 - 3\eta^2 k_c + 3\eta k_c^2) + n\{p_1(1 - k_c)^2 + p_2(k_c - \gamma)^2\} \right] - \bar{N}(k_c - \xi) \quad (11)$$

また、ひび割れ時の曲率  $\phi_c$  は、次式で与えられる。

$$\phi_c = \frac{f_t}{E_c} \frac{1}{h-x_c} \quad (12)$$

以上より、ひび割れ時の中立軸比  $k_c$ 、ひび割れ曲げモーメント  $M_c$  およびひび割れ曲率  $\phi_c$  は、次式で表される。

$$k_c = \frac{\eta^2 + 2n(p_1 + p_2\gamma) + 2\eta\bar{N}}{2\{\eta + n(p_1 + p_2) + \bar{N}\}} \quad (13)$$

$$\frac{M_c}{f_t b d_1^2} = \frac{1}{\eta - k_c} \left[ \frac{1}{3} (\eta^3 - 3\eta^2 k_c + 3\eta k_c^2) + n\{p_1(1 - k_c)^2 + p_2(k_c - \gamma)^2\} \right] - \bar{N}(k_c - \xi) \quad (14)$$

$$\phi_c = \frac{f_t}{E_c} \frac{1}{h - x_c} \quad (15)$$

ここに、

$k_c$  : ひび割れ時中立軸比 ( $k_c = x_c/d_1$ )

$x_c$  : ひび割れ時の中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

$d_1$  : 有効高

$\eta = h/d_1$  ( $h$  : 断面高さ)

$n = E_s/E_c$  ( $E_s$  : 鉄筋ヤング係数、 $E_c$  : コンクリートヤング係数)

$p_1 = A_{s1}/(b \cdot d_1)$  ( $A_{s1}$  : 引張鉄筋量、 $b$  : 断面幅) [引張鉄筋比]

$p_2 = A_{s2}/(b \cdot d_1)$  ( $A_{s2}$  : 圧縮鉄筋量) [圧縮鉄筋比]

$\gamma = d_2/d_1$  ( $d_2$  : 圧縮鉄筋被り)

$\bar{N}$  : 無次元化軸力 ( $= N/(f_t \cdot b \cdot d_1)$ )

$f_t$  : コンクリート引張強度 ( $= 0.23f_{ck}^{(2/3)}$ ) [単位 : N/mm<sup>2</sup>]、 $f_{ck}$  : 設計基準強度(N/mm<sup>2</sup>)

$M_c$  : ひび割れ曲げモーメント

$\xi = y_c/d_1$  ( $y_c$  : 圧縮縁から図心までの距離)

$y_c = (1/2 \cdot b h^2 + E_s/E_c \cdot (A_{s1} \cdot d_1 + A_{s2} \cdot d_2)) / (b h + E_s/E_c \cdot (A_{s1} + A_{s2}))$